AXE THÉMATIQUE I

Savoirs et compétences

GROUPE DE TRAVAIL I.1.

« Cadre d'apprentissage, contenus des savoirs et compétences, et plans d'actions prioritaires »

RAPPORT DU GROUPE DE TRAVAIL MATHÉMATIQUE

9 JUIN 2016

Composition du groupe

Présidente : Schneider Maggy, Professeure ULg, did. math (secondaire)

Référente Cabinet : Clarys Monique

Membres : Coché Frédéric, Directeur de la FOCEF (fondamental), SEGEC, De Brouwer Marc, Enseignant Sec. Gén., SEGEC, Dedeur Vincent, Enseignant Sec. Qualif., FWB, Docq Christine, Professeure ICHEC, GEM fondamental, Gilbert Thérèse, Enseignante HEP (Enseignante HEGalilée (Bac AESI), GEM, MatHE), Henrotay Pierre, Ingénieur, secteur privé + Ens. Sec. FWB + Form. Init. ULg, Lambelin Nicole, Inspectrice Secondaire, Lemaire Luc, Mathématicien, ULB, Liégeois Marc, Enseignant Sec. Gén., FW, Looze Annick, Responsable secteur « Math », FESeC, Maquoi Joseph, Inspecteur fondamental, FWB et CECP, Scrève René, CP, CEPEONS, Solhosse Michèle, Formatrice, CAF, Vlassis Joëlle, Professeure UniLux (Sc. Education: did. math., fond et sec. inf.).

Ce rapport est composé de trois parties :

La première reprend un ensemble de propositions ou initiatives que les membres du GT « Mathématiques » formulent à l'adresse des pouvoirs politiques, après avoir exprimé quelques craintes et avis sur la redéfinition du tronc commun et son allongement.

Les 25 propositions qui suivent sont groupées selon cinq thématiques :

- La redynamisation de l'enseignement des mathématiques dans la société et dans l'enseignement lui-même.
- Les structures du parcours et du temps scolaires en ce compris l'évaluation et la remédiation.
- La question des transitions.
- L'équipement des écoles en matière de NTICE.
- La formation des enseignants.

La deuxième partie est une note de cadrage qui motive les propositions et en montre les articulations par une analyse structurée en thèmes reconnus majeurs en matière d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques :

- La question du sens et celle de la désaffection des jeunes pour les mathématiques.
- La spécificité épistémologique des mathématiques.
- L'articulation savoirs/compétences en lien avec les méthodes d'enseignement.
- Les difficultés du métier d'enseignant.
- Les évaluations externes, la certification et le redoublement.

La troisième partie est constituée de ressources mentionnées par l'un ou l'autre membre du groupe, en lien avec les propositions formulées par tous.

Les propositions et leurs argumentations répondent à une logique propre aux mathématiques et aux thèmes majeurs qui structurent les questions liées à leur apprentissage et à leur enseignement. Plusieurs des objectifs Ai y sont donc croisés. Ils sont listés au début des propositions.

Plusieurs analyses et propositions concernent les apprentissages dans une dimension longitudinale porteuse en mathématiques. Elles concernent donc tous les niveaux et filières scolaires même si on y décline et nuance le propos suivant les unes et les autres. Nous préciserons l'objectif Bi quand le discours concerne un seul niveau ou une seule filière.

Sommaire

I. Première partie : INITIATIVES PAR THEMATIQUES

I.1. Un préambule : la position du GT « Math » par rapport au tronc commun (A1, A3, B2)

Par ce préambule, le groupe GT « Math » se positionne par rapport à la redéfinition et au renforcement du tronc commun. Le propos est ici succinct renvoyant à des sections du rapport qui développent l'un ou l'autre point.

Envisager, sans hiérarchisation, les sept domaines d'apprentissages répertoriés dans l'Avis du Groupe central du 03-05-16 nous semble en effet propre à « ouvrir les élèves à une importante diversité de champs et de domaines » et les rendre plus aptes à faire des choix éclairés pour leur avenir. **Nous formulons cependant quelques craintes.**

D'abord sur sa redéfinition

Le caractère hétérogène de ces domaines dont certains renvoient à des apprentissages disciplinaires et d'autres pas nous semble comporter un risque a priori, avéré dans l'Approche Par Compétences, celui d'une relégation des savoirs au profit de compétences que l'on suppose un peu trop rapidement « transversales » (section 2 de la note de cadrage).

Le caractère polytechnique du Tronc Commun nous semble intéressant a priori. Son caractère interdisciplinaire aussi quoique peu défini dans le rapport du GC. En effet, il devrait permettre d'amarrer les apprentissages mathématiques à des contextes plus authentiques, en sciences et en sciences humaines, que ceux observés dans les pratiques actuelles. Mais il faut tenir compte aussi de la spécificité épistémologique des mathématiques, telle que développée à la section 1 de la note de cadrage, en termes de langage symbolique qui rassemble et structure des contextes diversifiés aussi bien intra qu'extra-mathématiques. Installer, chez les élèves, un rapport idoine et spécifique aux écrits mathématiques supposera toujours l'existence d'un nombre non négligeable d'heures allouées spécifiquement à cette discipline et nous imaginons difficilement, le cas échéant, une réduction du nombre de ces heures sous prétexte que les mathématiques seraient intégrées ou intégrables dans d'autres domaines.

Par ailleurs, le passé et le présent nous apprennent que, dans certaines pédagogies du projet ou certaines pratiques interdisciplinaires[1], tous niveaux d'étude confondus, le rôle des mathématiques est souvent, soit marginalisé, soit réduit à leurs aspects techniques, ce qui est préjudiciable à leur apprentissage.

Il conviendrait également d'équiper les écoles de matériel, machines, locaux pour permettre aux élèves de profiter de ce TC « polytechnique et interdiscipinaire ».

Puis sur son allongement

Nous croyons qu'il est illusoire de penser que tous les élèves de 15 ans pourront être amenés à maîtriser dans le même temps tous les apprentissages scolaires visés en fin de 3e secondaire, sauf à redéfinir (avec le risque de les revoir à la baisse) les compétences de bases à atteindre. Cette crainte vaut tout particulièrement pour les apprentissages mathématiques dont l'évolution comporte un risque majeur : celui de la perte de sens pour les élèves et d'une forme d'hétérogénéité subséquente, à ce point difficile à prendre en compte que les

[1] dont la définition suppose une réflexion approfondie, voir Maingain et Dufour, 2002

enseignants démunis se replient sur des apprentissages procéduraux voire des « faux-semblants » en termes d'apprentissage (voir les sections 3, 4.1 et 4.2 de la note de cadrage). Si l'on peut considérer une grande variabilité du temps d'apprentissage chez les apprenants, il ne faudrait pas leur donner l'illusion, ni à leurs parents, que le passage facilité, voire automatique, d'une année à l'autre, signifie « réussite » dans tous les domaines. Le risque étant, évidemment, d'accentuer l'impact des inégalités sociales. Et, dans le cas où les uns et les autres n'en seraient pas dupes, l'exemple d'une telle « tricherie », ne serait-il pas en contradiction avec l'idée même de « citoyenneté responsable » ? Masquer les échecs est pire que les reconnaître.

Pour autant, certaines conditions devraient permettre d'envisager plus sereinement le non-redoublement, mais, soit elles se coulent difficilement dans des décrets, soit supposent un aménagement drastique de l'organisation et du temps. Une première condition est de changer les mentalités par rapport aux évaluations que professeurs, élèves et parents ont du mal à voir comme source d'apprentissage plutôt que comme « sanction ». Mais on touche là sans doute à des postures culturelles vis-à-vis des droits et des devoirs ou obligations. De la même manière, on peut supposer que le passage automatique d'une année à l'autre risque, davantage en certains pays que dans d'autres, de démotiver l'élève à s'investir dans l'étude et plus généralement dans l'effort.

Une deuxième condition est l'aide apportée aux élèves qui, à un moment ou à un autre de leur scolarité, perdent pied en mathématiques. Comme développé à la section 3.2 de la note de cadrage, la remédiation efficace, c'est celle qui, avant tout, re-responsabilise l'élève en rééduquant sa posture rationnelle vis-à-vis des mathématiques, le risque majeur étant la « perte de sens » (voir introduction de la note de cadrage).

En outre, des questions cruciales se posent : qu'en sera-t-il des élèves qui n'auraient pas atteint le niveau adéquat au terme du TC ? Comment organiser l'année complémentaire qui leur sera imposée de sorte qu'ils puissent en tirer parti et combler des retards d'apprentissage cumulés sur plusieurs années ?

Enfin sur les choix précoces faits par certains élèves

L'allongement du tronc commun pourrait empêcher l'épanouissement de certains élèves qui ont très tôt choisi leur domaine d'excellence qu'il soit artistique, sportif, technique ou autre. Par exemple, certains élèves ont déjà, dès l'entame de leur parcours en secondaire, fait un choix pour des études majoritairement techniques, ou ont montré des dispositions particulières pour un métier particulier. Faut-il les maintenir dans un tronc commun à toute force, alors qu'ils ne demandent qu'à en sortir au plus vite ?

On peut de même s'interroger sur le nombre d'élèves qui, très tôt, manifestent un goût prononcé pour les mathématiques ou les sciences en général. Pourquoi attendre les « dernières » années du secondaire pour satisfaire leur demande ? D'autant que le phénomène de « désaffection des jeunes » (voir introduction de la note de cadrage), dont on se plaint à un niveau mondial en raison de certains emplois non pourvus, pourrait être de la sorte compensé, autant que faire se peut.

I.2. Redynamiser l'enseignement des mathématiques (A1, A2, A6)

Les propositions de cette section sont en lien avec l'objectif A.2 : « Proposer des moyens pour assurer l'intérêt pour la discipline et pour soutenir celui-ci tout au long du cursus en veillant à ce qu'il puisse éventuellement déboucher sur des choix d'orientation professionnelle au-delà du parcours dans l'enseignement secondaire » (Rapport du GT I.1 du 08-02-16). Elles tendent de répondre au problème mondial de la « désaffection des jeunes pour les mathématiques » qui crée, en plusieurs régions, une pénurie non seulement d'enseignants de mathématiques mais aussi de candidats à des emplois où les mathématiques apportent une forte valeur ajoutée pour la conjoncture économique de la FWB (voir introduction de la note de cadrage).

Cette « redynamisation » des mathématiques se joue à l'articulation de deux volets : d'une part, il s'agit de « connecter » l'école aux initiatives multiples que la société offre pour donner sens aux mathématiques (propositions 1 à 4) et, d'autre part, il convient d'améliorer l'enseignement des mathématiques pour qu'il rende compte de leurs « raisons d'être » (propositions 5 à 8).

A. En lien avec des initiatives extérieures

Proposition 1 (A6)

Organiser[2] la validation et le regroupement, de façon accessible, des nombreuses ressources offertes par des sites web et proposer un accès commenté de celles-ci

Un grand nombre de sites fournissent des sujets passionnants sur les mathématiques, du point de vue de l'enseignement, de la recherche, des applications d'aujourd'hui. Il s'agit ici de créer un site référent, donnant un accès commenté à l'ensemble des ressources disponibles. Il présentera une liste des ressources existantes en précisant chaque fois ce qu'on y trouve et qui sont les lecteurs cibles.

Certains de ces sites s'adressent aux élèves de différents niveaux, aux professeurs ou à tous. Un groupe de personnes à définir devra faire la sélection, les commentaires pour orienter le lecteur, et gérer l'aspect concret de la réalisation du site lequel entraînera une dépense modérée.

Le site doit faire l'objet d'un suivi régulier. Il peut être nouveau ou être intégré par modification d'un site existant. Les réseaux sociaux ne seront pas négligés, étant donné qu'ils attirent particulièrement les jeunes.
De telles ressources sont répertoriées en annexe de manière non exhaustive : un travail à fournir sera de découvrir les autres et de les commenter toutes.

Proposition 2 (A2, A6)

Encourager et faciliter la participation des élèves (et donc des professeurs, des directions) aux diverses activités de promotion des mathématiques et des sciences déjà proposées aujourd'hui.

---

[2] Dans les propositions qui suivent, le verbe « organiser » renvoie à un projet mené à bien par la FWB, ce qui suppose non seulement un financement, mais aussi : un maître d'œuvre, des ressources, des produits à définir, des délais/dates-butoirs, un contrôle-qualité, des responsables, une stratégie de communication vers l'extérieur, une évaluation périodique etc …

De telles activités existent. Il s'agit d'en faciliter un accès pour l'ensemble des écoles, par l'octroi de crédits. Citons, par exemple, les Olympiades Mathématiques, le Rallye Mathématique Transalpin, le Printemps des sciences, les Jeux mathématiques, les Journées à la Maison des Mathématiques de Quaregnon, « Math à modeler », « Math en jeans », « Dédra-MATH-isons », « Maths en rue », la Cité des Sciences à Paris, ...

Les informations relatives à ces diverses activités pourraient être placées sur le site suggéré dans la proposition relative à « Organisation… des ressources… » faite précédemment.

Ces initiatives doivent être encadrées par les enseignants et préparées avec les élèves de sorte qu'elles puissent enrichir le cours. Elles peuvent aussi s'inscrire dans une approche interdisciplinaire.

Proposition 3 (A1, A2)

Promouvoir les carrières liées aux formations mathématiques (enseignement supérieur)

Les orientations professionnelles des titulaires d'un Master en mathématiques sont nombreuses et variées. Par ailleurs, trop peu d'étudiants s'engagent dans ces études, créant une situation de pénurie, en particulier dans l'enseignement. Il convient donc de maintenir l'intérêt des élèves pour les mathématiques - science vivante et largement utilisée -, de les informer sur les débouchés professionnels et d'améliorer l'attractivité des carrières dans l'enseignement. Ce dernier point est précisé plus loin dans la proposition 20.

Proposition 4 (A2, A6)

Prescrire l'intégration, dans le cadre des heures de cours, d'activités portant sur le côté sociétal, culturel et appliqué des mathématiques (illustrant « à quoi servent les maths, qui en fait vraiment ? » ou simplement leur beauté).

Cette prescription devrait être intégrée, d'abord, dans les textes officiels existants, là où ces derniers ne sont pas suffisamment explicites sur le sujet : référentiels et/ou programmes, documents d'accompagnement pour les enseignants, (futures) directives sur la formation initiale et continuée. Mais elle est aussi pertinente dans tout document de « ressources à disposition des professeurs ».

En tâchant d'intégrer ces activités dans la progression même du cours, sa compréhension et son fil conducteur, il peut s'agir, par exemple, d'organiser des activités « Histoire des maths », des activités « Applications des maths », d'organiser des séances « Actualité des maths » ou encore d'inviter un ancien élève « utilisateur » des maths ou un conférencier « utilisateur » des mathématiques.

On note que les nouveaux référentiels relatifs à l'enseignement général de transition mentionnent dans leur introduction (« Mathématique et culture ») ces références culturelles, scientifiques… Si les UAA y font également parfois référence, c'est en général dans les compétences transversales et de façon très brève. Ceci pourrait être davantage explicité, et l'accent mis davantage sur cet aspect des mathématiques. Il est suggéré que cet accent soit également mis dans l'élaboration des divers programmes.

B. Au sein de l'enseignement lui-même

La proposition 4 touche déjà à la redynamisation des mathématiques au sein même de leur enseignement, essentielle si l'on veut éviter que les propositions 1 à 4, même menées à bien, restent lettre morte en l'absence de répercussions sur l'enseignement lui-même. Les propositions 5 à 8 qui suivent concernent donc cette redynamisation des mathématiques au sein de l'école. Elles sont formulées et hiérarchisées en lien avec les sections 2.1 à 2.6 de la note de cadrage. La priorité est de veiller avant tout à ce que, dès le fondamental, l'enseignement des mathématiques ne se présente pas comme une juxtaposition de résultats épars, mais comme une structure globale, à la fois logique et efficace dans ses applications.

Il s'agit aussi de corriger les excès d'un socio-constructivisme mal compris ainsi que les dérives liées à l'approche par compétences, tout en faisant un choix éclairé de méthodes d'enseignement (voir sections 2.2 à 2.4 de la note de cadrage). L'apprentissage à la résolution de problèmes y est prioritairement envisagé de manière très cadrée, sur base de classes de problèmes, pour ne pas mettre à mal le sentiment d'efficacité des élèves. Elle peut s'étendre à la gestion du « complexe » et de « l'inédit » car l'enseignement des mathématiques passe aussi par le développement d'une attitude de chercheur, pour les élèves, mais aussi pour l'enseignant. Cependant, cette prise en compte du complexe et de l'inédit se doit d'être très prudente et gérée de manière parcimonieuse pour les raisons développées dans la note de cadrage. Ce dernier paragraphe ne fait pas l'unanimité des membres du GT « Math » et nous le développons dans la note de cadrage.

Pour assumer son enseignement de manière efficace, le professeur doit maîtriser l'ensemble des tâches liées. Il devra, pour cela, réapprendre les mathématiques y compris dans sa dimension épistémologique et maîtriser les principaux concepts de la didactique. D'où l'intérêt des outils décrits dans la proposition 5.

Proposition 5 (A1, A2, A7)

Organiser l'élaboration, la rédaction, la diffusion et la promotion d'outils pour les enseignants propres à couvrir leurs besoins en apprentissages mathématiques tout en les articulant à des questions d'épistémologie et de didactique

Afin de mettre en œuvre cette initiative, les modalités suivantes sont proposées :

Une commission d'experts sera instituée

Elle établira les urgences en la matière par consultation des acteurs de terrain. Elle donnera un avis éclairé sur l'attribution des crédits à des groupes de travail et en organisera le contrôle continu, pour chaque publication. De manière majoritaire, ces experts devraient avoir une formation approfondie en mathématiques, qu'ils soient mathématiciens, utilisateurs de mathématiques, didacticiens et épistémologues des mathématiques ou enseignants.

Des groupes de travail seront choisis sur base d'un appel à projets

Des enseignants feront partie intégrante de chaque projet. Leur travail pourra cibler ou non des niveaux scolaires déterminés ou des thèmes mathématiques particuliers.
Les responsables des projets et leurs auteurs principaux devraient également avoir une formation consistante en mathématiques.

Cadrage de la rédaction des outils

Les outils devront répondre au descriptif ci-après. Ils n'auront pas valeur de texte accepté par décret.

Ils ne se substitueront pas aux référentiels de compétences ni aux textes des programmes mais constitueront essentiellement des outils au service des enseignants, les aidant à hiérarchiser leurs pratiques sur ce qui est, dans les programmes scolaires existants, essentiel à la formation mathématique de leurs élèves tout au long de leur scolarité. Ils seront supposés nourrir la formation en mathématique, épistémologie et didactique des enseignants, à travers les formations initiale et continue.

Ces documents pourraient, par contre, instruire l'écriture future de textes plus officiels en explorant des terrains vierges : par exemple, des mathématiques discrètes dans l'enseignement général ou le tracé de courbes en maçonnerie et la statistique inférentielle orientée vers la pharmacie pour des filières qualifiantes.

Ils peuvent concerner plus spécialement des transitions scolaires ou des thèmes mathématiques traversant tous les niveaux auxquels cas cette proposition rejoint la proposition 17 formulée plus loin.

Descriptif des outils (Détails techniques)

Il s'agirait en quelque sorte de livres (version papier ou non) de « mathématiques pour (élèves)-professeurs »[3]. Ils devraient en effet comporter et articuler plusieurs dimensions liées aux mathématiques, à leur épistémologie et à leur didactique. Devraient y être traitées l'une ou l'autre des questions suivantes, ou plusieurs d'entre elles, mais toujours avec une entrée mathématique et dans l'optique de préciser un fil conducteur pour chaque thème mathématique abordé :

- Quelles sont les classes de problèmes ou les projets plus théoriques qui sont les « raisons d'être » des savoirs mathématiques ?
- Pour résoudre ces problèmes, quelles sont les intuitions et stratégies efficaces, les représentations utiles des concepts ?
- Comment et pourquoi les concepts et symbolisations évoluent-ils au gré de la progression mathématique, en particulier pour des raisons de synthèse théorique?
- Quels sont les seuils épistémologiques et les obstacles d'apprentissage liés à cette évolution ?
- Quelles sont les pratiques enseignantes efficaces pour organiser une première rencontre des élèves avec un savoir mathématique que ces pratiques soient liées à une théorie sur l'apprentissage ou à une autre ?
- Quelles sont les pratiques enseignantes efficaces pour gérer l'évolution des premières représentations des élèves vers une forme plus standardisée ? Pour gérer les obstacles d'apprentissage ?
- Quels sont les points incontournables, d'un point de vue épistémologique, d'une institutionnalisation propre aux savoirs enseignés ? Dans le cas particulier où des tâches sont dévolues aux élèves, dans quel « parcours d'étude et de recherche » plus global celles-ci s'insèrent-elles ?

[3] Ce ne sont pas des manuels à proprement parler ni même des guides méthodologiques. Mais le genre visé est souple a priori : ce peut aller d'un répertoire commenté à une monographie mathématique relative à un thème précis.

- Quelle progression prévoir pour apprendre aux élèves à résoudre des problèmes au sein d'une classe de problèmes et en transférant des savoirs d'une classe à l'autre ?

<u>Proposition 6 (A2)</u>

Promouvoir l'aspect ludique des mathématiques, le plaisir de chercher en proposant des jeux et des défis sous forme de problèmes ouverts.

Il s'agit d'amener les élèves à s'intéresser aux mathématiques de manière ludique. Le jeu peut sembler a priori inutile, pourtant il suscite l'intérêt, il favorise le travail en équipe, il développe le sens de la consigne, la persévérance, le goût de l'effort, de la recherche et de l'analyse, il aiguise le sens critique. Il suscite la joie de chercher, de persévérer, de trouver et de partager. Il doit être bien choisi et exploité d'un point de vue mathématique.

Il est souhaitable que les enseignants proposent de temps à autre des problèmes ouverts, et ce à tous les niveaux de la scolarité, l'objectif principal de ces problèmes étant de développer les aptitudes de réflexion et de communication (voir section 2.6 de la note de cadrage).

Seront soutenues toutes les initiatives promouvant les jeux et les concours mathématiques non commerciaux, l'appel à la production de fiches de jeu par les enseignants et diffusion régulière de celles-ci sur le site *enseignement.be* ainsi que des outils déjà existants.

<u>Proposition 7 (A2, B3)</u> (Ne fait pas consensus)

Instituer la possibilité d'adapter les référentiels de l'enseignement qualifiant en lien avec les visées professionnelles de chaque filière.

Il est important que les référentiels relatifs à l'enseignement qualifiant permettent aux professeurs d'organiser des « mathématiques orientées » afin de redynamiser leur enseignement en lien avec les choix professionnels de leurs élèves.

Cette proposition ne nie pas l'intérêt de contenus communs à toutes les filières en lien avec une certaine culture mathématique ou un usage des mathématiques dans la vie politique et citoyenne.

<u>Proposition 8 (A1, A2)</u>

Dans le cadre de la recommandation des manuels scolaires et des outils pédagogiques, inclure des critères relatifs à la qualité.

Au-delà de la conformité aux programmes, de tels critères concernent des balises épisté-mologiques et didactiques mais il s'agit aussi de critères de qualité relatifs aux langages vernaculaire et mathématique. Une grille d'analyse de manuels est proposée dans les ressources.

I.3. Des nouvelles structures du parcours et du temps scolaires à l'évaluation et la remédiation (A1, A2, A3)

Outre nos positions préalables sur le non-redoublement, la redéfinition et l'allongement du tronc commun, nous faisons ici d'autres propositions qui vont du parcours et du temps scolaires à l'évaluation et la remédiation.

Proposition 9 (A3, B2)

Concevoir l'initiative concernant le non-redoublement jusqu'à 15 ans de manière très progressive et l'assortir de modifications structurelles importantes qui soulagent la tâche complexe des enseignants.

Ces modifications concernent plus particulièrement **:**

- les groupements « multi-âges » pour l'enseignement primaire ;
- la professionnalisation de l'accompagnement des élèves en difficulté.

Proposition 10 (A3, B3)

Maintenir, après le tronc commun, trois filières d'étude des mathématiques dans l'enseignement général. Revoir à la hausse le nombre d'heures alloué à chaque filière.

Au terme du tronc commun « polytechnique » tel que pensé par le Groupe Central du Pacte, les élèves devraient être en mesure de faire des choix éclairés quant à leurs études et/ou leur orientation professionnelle future. On peut considérer qu'il existe quatre publics d'élèves dont les besoins et attentes ne sont pas les mêmes par rapport aux cours de mathématiques : d'une part, les élèves qui choisiront l'enseignement qualifiant, et, d'autre part, les autres que l'on peut regrouper en trois catégories : les élèves qui décideront d'opter pour une filière « light » en mathématiques mais qui ont le droit de trouver du sens à certaines mathématiques dans le but de se cultiver ou de devenir des citoyens avertis, les élèves qui auront à utiliser des mathématiques comme outils au service d'autres disciplines que ce soit en sciences humaines ou autres, et les élèves qui envisagent une formation à forte composante mathématique. Il convient alors d'ajuster l'enseignement des mathématiques au niveau de chaque élève et permettre ainsi à chacun de progresser en fonction de ses possibilités.

Pour les raisons développées dans les sections 3.1 à 3.3 de la note de cadrage, installer une posture de rationalité par rapport aux mathématiques, chez des élèves de la 1$^{\text{ère}}$ catégorie qui en ont perdu le sens, suppose un travail important nécessitant un nombre d'heures non négligeable. Quant aux élèves souhaitant s'engager dans des études à forte composante mathématique, il convient de leur offrir, après un tronc commun plus long, la possibilité d'approfondir cette discipline. Nous sommes plusieurs - mais ce dernier point ne fait pas consensus - à trouver raisonnable de proposer, dès la quatrième, deux cours à 5 périodes, chacun ayant son propre référentiel (l'un orienté vers des mathématiques de base, l'autre vers des mathématiques plus avancées) et de revoir à la hausse le nombre d'heures consacrées aux mathématiques dans la suite du cursus, pour chacun des trois publics mentionnés d'élèves du général, avec un minimum de 3 périodes par semaine.

Proposition 11 (A4, B2)

Maintenir une évaluation externe certificative à la fin du niveau primaire.

Les raisons en faveur de cette proposition sont diverses et développées à la section 4.3 de la note de cadrage. Citons très brièvement : la réduction des disparités d'une école à l'autre, la valeur indicative d'une réussite, l'impartialité de l'évaluation, tous enjeux importants pour les élèves de milieux défavorisés.

Proposition 12 (A4, B2)

Créer une commission pour remettre à plat, à la lumière des conclusions du « Pacte », les évaluations externes existantes, certificatives ou non, ainsi que leurs conditions de passation et leur suivi.

Il s'agit de lutter contre les dysfonctionnements observés par les inspecteurs, conseillers pédagogiques et enseignants en imposant des balises telles que :
- ne pas éliminer après les phases de « testing » des questions auxquelles les élèves n'auraient pas bien répondu alors qu'elles sont mathématiquement significatives, ce qui n'empêche pas de revoir, si nécessaire, leur formulation ;
- utiliser des critères objectifs pour rédiger ou choisir des questions ;
- assurer l'impartialité de la surveillance lors de la passation de l'épreuve.

Des enseignants devraient être présents dans une telle commission et leurs avis pris en compte en ce qu'ils représentent un regard spécifique et incontournable.

Le suivi, sous forme de pistes didactiques, devrait succéder rapidement à la passation des épreuves.

Proposition 13 (A4, B2 hors primaire et B3)

Créer de nouveaux outils d'évaluation « référents » pour le secondaire, agréés par la COE

Dans certaines disciplines, la standardisation de l'évaluation conduit à rédiger de nombreux critères pour objectiver la correction. Par contre, en mathématique, l'évaluation d'un outil peut se baser sur trois processus cognitifs : "connaître", "appliquer", "transférer" et se passer d'autres critères. Les outils d'évaluation existants n'évaluent pas les savoirs et savoir-faire autrement qu'au travers de l'évaluation des compétences. Or, il importe que les enseignants aient un cadre de références légales déterminant aussi le niveau de savoirs et de technicité à atteindre. En outre, de nouveaux référentiels de compétences existent.

Il s'agit de réactiver des groupes de travail existants (HGT et HPT) selon le même type de composition que précédemment et avec un cahier des charges précis adapté à la discipline. Ces groupes rédigeraient des exemples de nouveaux outils d'évaluation en mathématique, à visée certificative et dont les enseignants pourraient s'inspirer, en respectant quelques principes directeurs : évaluer les trois processus dans chaque outil en accord avec les nouveaux référentiels ; proposer des tâches contextualisées et des tâches non contextualisées afin d'éviter les contextualisations trop artificielles et croiser les thèmes mathématiques et les processus pour préserver le processus de transfert en évitant d'induire la réponse.

Proposition 14 (A2, A6) (Ne fait pas consensus)

Créer un outil (si possible informatisé) qui assure un suivi relatif à la progression de chaque élève

Il s'agit d'aider les élèves à situer leurs forces et leurs faiblesses dans leur progression d'une année à l'autre. Mais aussi d'en informer leurs parents et leurs enseignants successifs.

L'outil devrait éclairer les difficultés éprouvées par chaque élève, surtout lors des transitions, ainsi que le choix de dispositifs de remédiation qui lui sont adaptés.

Il faudra cependant veiller à ce que les tâches dévolues aux enseignants, déjà nombreuses, ne s'accumulent pas.

Proposition 15 (A1, A2, A3)

Organiser, dans le temps scolaire, des dispositifs de remédiation dont l'objectif premier est d'installer, chez les élèves en difficulté, une posture rationnelle vis-à-vis des mathématiques.

Il s'agit de favoriser la réussite scolaire pour permettre à chaque apprenant de progresser sans devoir recourir à un soutien extérieur payant, de combler ses lacunes en étayant sa base de prérequis, ainsi que de permettre aux étudiants absents de récupérer leur retard.

Conformément à l'analyse faite aux sections 3.1 à 3.3 de la note de cadrage, il s'agit de privilégier les dispositifs qui restaurent, le cas échéant, une posture de rationalité chez les élèves en échec, en travaillant à la fois les concepts et leurs applications directes et indirectes. Sur cette base, peuvent être construits des outils de remédiation établissant un diagnostic fin des difficultés de chaque élève et permettant d'y pallier. Une remise à niveau des acquisitions procédurales y est envisagée mais doit être subordonnée à l'objectif premier.

De tels dispositifs doivent être pris en charge par des enseignants expérimentés. Ces prestations doivent faire partie de leurs attributions légales.

Proposition 16 (A6)

Impliquer les élèves pour les motiver en veillant à leur donner des responsabilités

Les élèves doivent pouvoir intervenir comme coach de leurs pairs (au sein des cours et lors de rattrapages/remédiations) et pourquoi pas présenter certaines parties de la matière (théorie et/ou exercices).

C'est valorisant pour ceux qui sont coachs, et ceci peut même susciter des vocations ou en tout cas un intérêt pour l'enseignement, et le faire percevoir différemment. Pour la personne coachée, aborder la matière avec un pair est souvent bénéfique car ceci se fait dans un contexte hors contrat professeur/élève, le contact est plus aisé, certains obstacles tombent. Les mots utilisés peuvent être différents et jeter un éclairage, si pas meilleur parfois, au moins différent.

Dans le cadre de l'enseignement primaire, on peut même organiser des séances - d'entraide à propos de toutes les matières rencontrées pendant la semaine : si un élève a ressenti une difficulté dans une matière spécifique, il le communique et un élève à l'aise avec cette matière peut l'aider. La démarche est d'autant plus intéressante que c'est l'élève qui doit prendre conscience de ses difficultés et pas l'enseignant. Cet échange permet aussi de mettre des élèves en valeur car ils ne ressentent pas tous les mêmes difficultés.

Cette approche pourrait faire partie de recommandations au travers des prescrits et de la formation initiale/continuée.

Toujours dans cette optique, un tutorat sous la forme de la création de liens entre élèves de l'enseignement secondaire et les étudiants de l'enseignement supérieur est également une piste intéressante.

Cette proposition suggère aussi de réfléchir à un possible aménagement du temps scolaire, qui serait utile pour permettre aux élèves de se retrouver à des moments spécifiques.

I.4. Continuum et transitions (A7)

En réponse à l'objectif A7 du rapport du GT I.1 du 08-02-16, sont formulées les propositions 17 à 19 pour assurer « un meilleur continuum pédagogique dans les transitions d'un niveau scolaire à l'autre » en prenant en compte les points de passage nodaux internes à la discipline qui posent concrètement problème.

Proposition 17 (A7)

Créer des groupes de travail verticaux « concepts » et soutenir les groupes existants

Pour permettre à chaque enseignant de prendre conscience de sa place dans le continuum d'acquisition d'un concept, il importe d'installer un continuum spiralaire dans l'optique d'une conceptualisation progressive, de détecter les éventuels sauts conceptuels, sources d'erreurs des élèves, et de contribuer à l'augmentation de la réussite scolaire.

Pour ce faire, on propose de :

- créer des groupes de travail composé d'enseignants, de chercheurs, d'inspecteurs et de conseillers pédagogiques, spécialistes de différents niveaux d'enseignement, qui étudieront la construction d'un concept de la première maternelle à la sixième secondaire et qui en détermineront les étapes indispensables. Ils concevront ainsi des cartes conceptuelles qui pourraient faire l'objet de formations et d'une diffusion auprès des enseignants [Vers un référent math].
- soutenir les groupes existants d'enseignants regroupant plusieurs niveaux d'enseignement, voire tous les niveaux de la maternelle au secondaire supérieur ou à l'enseignement supérieur. Et encourager la formation d'autres tels groupes d'enseignants en leur donnant les moyens financiers d'exister. Ces crédits pourraient servir non seulement à la diffusion des outils créés mais aussi au détachement d'enseignants impliqués.

Proposition 18 (A7)

Organiser des formations continuées communes destinées aux enseignants de différents niveaux scolaires

Il s'agit de favoriser la continuité de l'apprentissage des mathématiques entre le maternel et le début du primaire ainsi qu'entre la fin de l'enseignement fondamental et le début de l'enseignement secondaire.

Les résultats du CE1D montrent que le calcul littéral et les équations sont particulièrement mal réussis ainsi que certains domaines, comme « solides et figures » et les « fractions ». Des formations centrées sur la transition primaire-secondaire dans ces domaines seraient nécessaires.

Contacter, à cette fin, les organismes de formation continuée du fondamental et du secondaire en leur demandant de faire des appels d'offres pour des formations à proposer à ces deux niveaux d'enseignement.

Proposition 19 (A7)

Organiser des plages horaires régulières de concertation entre les professeurs de mathématiques d'un même établissement

L'objectif est d'améliorer la continuité de l'enseignement des mathématiques entre tous les niveaux.

Pour ce faire, il faudrait prescrire aux services responsables de la charge horaire hebdomadaire des enseignants de réserver une plage hebdomadaire d'une heure pour concertation.

Ces heures devraient être prises hors NTPP.

I.5. Equipement (A5)

Proposition 20 (A5)

Instruire la question d'un usage raisonné des NTICE, assurer un équipement adapté des écoles ainsi que sa maintenance

Les nouveaux référentiels et les nouveaux programmes construits à partir de ces référentiels insistent sur la place importante que doit prendre le recours aux nouvelles technologies dans les apprentissages en mathématiques (en particulier dans les stratégies transversales des différentes UAA).

Nous attirons l'attention sur la nécessité d'instruire sans tarder une réflexion sur l'utilisation optimale des outils NTICE et de parvenir à des stratégies, recommandations et règles de bonne pratique. C'est que, pour une réelle efficacité pédagogique, l'outil ne peut se cantonner à illustrer mais doit, dans le contexte précis de l'enseignement des mathématiques, permettre de se concentrer sur la réflexion plutôt que le calculatoire, d'expérimenter et découvrir dans une approche heuristique, d'émettre des hypothèses et de les vérifier, de généraliser des propriétés... A défaut de cette réflexion, le risque de dérive est grand.

Il est essentiel par ailleurs que les enseignants disposent des outils technologiques adéquats et que leurs élèves aient un accès facile à ces outils (ordinateurs, logiciels, didacticiels, calculatrices graphiques, tablettes, tableau interactif…). Il convient de noter, à ce propos, que les mathématiques ont besoin d'applications particulières dont les plus utiles sont : les tableurs, les logiciels de géométrie dynamique, les outils de calcul formel, graphique, scientifique, les outils de construction, de visualisation, de simulation, ceux de représentation de données et de traitement statistique… Les constats faits à ce jour sont négatifs sur l'équipement et sa maintenance comme souligné à la section 2.7 de la note de cadrage. Dans ce contexte global, il est primordial et urgent que la FWB mette en œuvre tous les moyens nécessaires, notamment financiers, pour :

- analyser comment les exigences des référentiels seront rencontrées et quels besoins sont à satisfaire de façon incontournable ;
- guider les établissements dans leur réflexion et leur choix d'infrastructure et d'applications, et ce de manière proactive ;
- faciliter l'acquisition des outils ;
- soutenir l'installation des outils ;
- permettre la gestion journalière (au besoin par des heures NTPP et des formations) ;
- assurer la maintenance corrective, évolutive et adaptative ;
- offrir un support et une assistance de qualité (avec disponibilité assurée et compétence) ;
- former les utilisateurs (professeurs-utilisateurs), et ce dès leur formation initiale ;
- former les personnes responsables de la gestion locale.

I.6. Formation initiale et continuée

Note préalable :

- ***l**es propositions relatives à la formation initiale devront nécessairement être revisitées selon la forme que prendra la réforme de la formation initiale envisagée sous l'impulsion du ministre compétent en la matière, Jean-Claude Marcourt ;*
- *les propositions relatives à la formation continuée devront nécessairement être revisitées selon la forme que prendra la formation continuée dans le cadre d'une éventuelle réorganisation de celle-ci (nouveau décret ?), envisagée dans le cadre des travaux du GT III.1 sur la FC.*

Proposition 21 (A1, A2, A6)

Prendre des mesures pour remédier à la pénurie actuelle des professeurs de mathématiques en augmentant l'attractivité du métier. Ces mesures sont d'ordres divers :

- **financer partiellement les études des sections didactiques, sous forme de bourses d'études ;**

- **améliorer l'entrée dans la carrière, en évitant autant que possible les horaires répartis sur plusieurs établissements et en veillant à une nomination aussi rapide que possible ;**
- **rendre une plus grande autonomie aux professeurs face à leurs élèves ;**
- **étudier l'impact des réformes successives sur l'ergonomie du métier d'enseignant et la perception qu'en ont les professeurs.**

Avoir des professeurs compétents en mathématiques et en didactique des mathématiques est indispensable. Or il y a pénurie. Ce sera pis juste après la réforme de la formation des enseignants (deux ans sans nouveaux enseignants du fondamental et du secondaire inférieur). Il est urgent de trouver des moyens efficaces et rapides d'attirer du monde vers l'enseignement des mathématiques et de prévenir les départs en début de carrière : par exemple, financer en partie les deux dernières années d'études de ceux qui se destinent à l'enseignement d'une discipline où il y a pénurie, sous forme de bourses d'études.

<u>Proposition 22 (A1, A2, A6)</u>

Définir un profil de l'enseignant en mathématique

L'objectif est d'augmenter la cohérence et la complémentarité entre la formation initiale, la formation en cours de carrière et l'accompagnement pédagogique. Tout en reconnaissant des spécificités à ces différents pôles, il importe d'instaurer un arrimage entre eux dans l'optique d'un développement spiralaire des compétences professionnelles des enseignants en mathématiques.

Il s'agirait, dans ce but, de définir un profil de l'enseignant en mathématiques qui servirait de référence commune pour la formation initiale, la formation continuée et l'accompagnement pédagogique. Ce profil pourrait venir en complément du profil générique de l'enseignant élaboré par le CEF. Il comprendrait notamment un volet « maîtrise des concepts mathématiques », un volet « épistémologie des mathématiques » et un volet « didactique des mathématiques ».

<u>Proposition 23 (A1, A2, A6)</u>

Définir les incontournables de la formation initiale et renforcer la formation en cours de carrière des enseignants de mathématiques [fondamental et secondaire] qui revisite les contenus disciplinaires et didactiques.

Valoriser les formations continuées de longue durée, certifiées par des institutions reconnues pour leurs compétences spécifiques.

L'objectif est, d'une part, de rendre les enseignants aptes à faire des choix méthodologiques par le biais d'une formation consistante en didactique et en épistémologie et, d'autre part, de favoriser une conception de l'enseignement et de l'apprentissage selon laquelle il est nécessaire de diversifier les approches pédagogiques selon le profil des apprenants et les acquis attendus [cf. point 1 dans le rapport intermédiaire du groupe I1 Axe savoirs et compétences]. Il s'agit aussi d'aider les enseignants à percevoir les opportunités de chacune d'elles mais aussi leurs conditions respectives de mise en œuvre.

Selon les publics d'enseignants et le niveau scolaire où ils professent, on insistera et/ou adaptera les visées que voici :

a) Renforcer la maîtrise des concepts mathématiques et des liens entre eux.
b) Renforcer la maîtrise et l'utilisation de connaissances en épistémologie des mathématiques.
c) Permettre une connaissance précise de la didactique pour aborder des apprentissages spécifiques de la discipline.
d) Garantir une maîtrise des concepts mathématiques et de leur épistémologie, chez les enseignants de plus en plus nombreux - pénurie oblige - pour lesquels ces aspects ont été insuffisamment abordés dans la formation initiale. Ce point suppose tout particulièrement une formation de longue durée.
e) Favoriser les formations de longue durée, voire même étalées sur plusieurs années scolaires, dans lesquelles les participants font des allers-retours entre la formation et la classe, mettent en place des projets, les testent, reviennent relater leurs expériences en formation, les synthétisent dans un travail soumis à une évaluation certifiée, etc.
f) Valoriser ces dernières formations du point de vue barémique, qu'elles soient organisées et certifiées par les Universités, les Instituts Supérieurs de Pédagogie ou les Hautes Ecoles Pédagogiques, chacune de ces institutions développant une spécificité au niveau de la formation de longue durée.

<u>Proposition 24 (A1, A2, A6)</u>

Renforcer la formation relative à l'aspect appliqué des mathématiques [fondamental et secondaire]

Il s'agit d'aider les enseignants à gérer l'aspect « outil » des mathématiques pour leur donner davantage de sens : applications dans les disciplines associées, comme les sciences et les maths appliquées, mais aussi la vie quotidienne.

<u>Proposition 25 (A1, A2, A6)</u>

Diversifier les formes d'accompagnement des enseignants de mathématiques dans leur développement professionnel [fondamental et secondaire]

L'objectif est de développer les compétences professionnelles des enseignants de mathématiques en favorisant une diversification des modalités offertes, le rapport de certains enseignants avec la formation continuée n'étant pas optimal et les retombées de la formation continuée formelle n'étant pas toujours aussi importantes qu'espérées.

Les moyens choisis devront assouplir les modalités de la formation continuée, renforcer les moyens humains dans l'accompagnement et valoriser les modalités de développement professionnel autres que la formation, notamment :

- l'accompagnement par des conseillers pédagogiques ;
- le tutorat/mentorat/parrainage ;
- le travail collaboratif ;
- …

Exemples : coaching par un professeur plus expérimenté, assister au cours d'un autre et réciproquement pour s'épauler par des feedbacks, participer au cours d'un autre (assistanat)… Les « anciens » invitent les plus jeunes à assister à leur cours, à les aider et les aident (assistanat réciproque).

II. Deuxième partie : NOTE DE CADRAGE

En guise de préambule à cette note de cadrage, les membres du GT « Mathématiques » tiennent à souligner deux questions préoccupantes : la première, malheureusement pérenne, est celle de la « perte de sens », écueil majeur de l'enseignement des mathématiques ; la seconde, plus récente, concerne la désaffection des jeunes pour des études et des professions à forte composante mathématique qui a des répercussions sur la pénurie actuelle d'enseignants de mathématiques.

La note de cadrage est ensuite structurée en quatre parties articulées les unes aux autres :

- L'activité mathématique est caractérisée, parmi toutes les activités humaines, en termes de résolution et de classement de problèmes, de rapport particulier à l'écrit et de constructivisme au sens des épistémologues.
- Cette spécificité épistémologique apporte ensuite un éclairage particulier sur les relations entre savoirs et compétences, en lien avec les méthodes d'enseignement, y compris les NTICE. Des sensibilités diverses des membres du groupe y sont exprimées en matière d'apprentissage à la résolution de problèmes.
- Le thème des méthodes renvoie au métier d'enseignant et à ses difficultés. On y montre que sont indissociables la question des échecs, celle de l'hétérogénéité, celle de la motivation des élèves et de leur « l'étude », dans le temps scolaire et en dehors. Cette section permet aussi de penser un partage des responsabilités entre tous les acteurs de l'enseignement.
- A la lumière de ce qui précède, la dernière section traite des évaluations externes, de la certification et du redoublement.

Introduction : la perte de sens et la désaffection des jeunes pour les mathématiques

Déjà, en 1989, le rapport « Danblon » soulignait que la « perte de sens » est l'écueil majeur de tout enseignement des mathématiques. On y lit en effet que « L'accident le plus fréquent dans l'apprentissage des mathématiques est la perte de sens et le repli sur la forme sans contenu : ne plus penser et se contenter d'exécuter des algorithmes selon l'unique procédé permis devient rapidement insoutenable ».

Le problème n'est pas nouveau et, dans les années 70, « Les "math modernes", réforme radicale, ont tenté de redresser cette situation. Sans grand succès. Aujourd'hui, on tâtonne… » : ainsi s'expriment les auteurs d'un livre au titre significatif « Faire des mathématiques : le plaisir du sens » (Bkouche, Charlot, Rouche, 1991) dans lequel ils analysent les tenants et aboutissants de cette réforme. Depuis, en France comme en Belgique, les réformes éducatives se sont succédé y compris ce que l'on a appelé, en France, une contre-réforme des mathématiques modernes. Les choses ont donc bougé et on est dès lors en droit de s'interroger sur l'évolution de l'enseignement des mathématiques de ce point de vue du sens. Il semble, au vu des rapports des inspecteurs par exemple, qu'il y ait progrès mais que de gros efforts soient encore à faire.

Un autre problème est survenu entretemps : celui de « La désaffection des jeunes pour les études scientifiques et technologiques », en particulier pour les mathématiques. A la suite d'une étude préoccupante de ce point de vue et d'une conférence à Amsterdam organisée, en 2005, par le Forum Mondial de la Science de l'OCDE, les gouvernements de l'OCDE ont été invités à « prendre des mesures concrètes pour rendre les études scientifiques et technologiques plus attractives ». La FWB n'échappe pas à cela. Par exemple, malgré la multitude et la variété des orientations professionnelles des titulaires d'un Master en mathématiques, trop peu d'étudiants s'engagent dans ces études, créant une situation de pénurie, en particulier dans l'enseignement, ainsi que le montre une étude faite à l'ULB sur les carrières des diplômés (master en mathématique, statistique ou actuariat) de 1997 à 2003. On observe d'abord qu'il y a un peu plus de diplômées que de diplômés (51,5 %). Le débouché principal est dans le privé : 51,4 %, se répartissant principalement dans le secteur de la finance et de l'assurance (29,4 %), puis de la consultance, l'industrie pharmaceutique, l'informatique et de nombreux autres débouchés. Ensuite vient la carrière académique (recherche et enseignement) pour 26 % des diplômés. Au niveau de l'enseignement secondaire en Belgique francophone, on ne trouve que 11,2 % des diplômés. Les autres sont professeurs dans le supérieur non universitaire ou professeurs au Luxembourg. Une telle étude donnerait des résultats similaires dans les autres universités.

Pour les diplômes de master en mathématiques, une première étape serait de mieux informer les futurs étudiants sur les carrières variées offertes aux diplômés. Cela peut sembler paradoxal puisqu'il s'agit de recruter des enseignants, mais une augmentation du nombre de diplômés augmentera la réserve de recrutement pour les enseignants. Il convient donc de maintenir l'intérêt des élèves pour les mathématiques - science vivante et largement utilisée -, de les informer sur les débouchés professionnels et d'améliorer l'attractivité des carrières dans l'enseignement. Plusieurs de nos propositions (1 à 4) vont dans ce sens.

Ces propositions, comme toutes les autres, s'articulent les unes aux autres, à la lumière d'une analyse de fond qui rapporte les questions d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques à l'épistémologie propre de cette discipline. Nous avons donc tenté d'abord de préciser ce que l'on entend par l'expression « Faire des mathématiques », dans l'absolu, sans se projeter d'emblée sur ce que l'on pense de son enseignement et de son apprentissage. C'est l'objet de la section 1.

II.1. Les mathématiques comme activité humaine

Parmi toutes les activités et œuvres humaines, les mathématiques ont une spécificité épistémologique propre. C'est ce que nous tentons d'illustrer ici à grands traits.

II.1.1. Les mathématiques comme outil de résolution de classes de problèmes

On entend souvent dire que les mathématiques sont un « langage »[4] qui représente la réalité. C'est vrai, mais c'est bien plus. En effet, de tout temps, ce langage comprend diverses méthodes de résolution de problèmes qui s'appliquent, chacune, à de nombreuses situations parentes. Il s'agit là d'une première facette de l'activité mathématique qui fait de cette discipline un système symbolique, permettant de résoudre des problèmes posés par le monde qui nous entoure afin de le maîtriser ou tout simplement le comprendre, comme illustré ci-dessous :

- Les nombres, des naturels aux complexes, sont des réponses apportées par des humains confrontés à des problèmes variés, comme dénombrer des objets dans le cadre d'échanges commerciaux, modéliser des grandeurs telles que des températures ou des vitesses par des nombres tant négatifs que positifs, comparer des distances avec ou sans commune mesure à

[4] Descartes parlait de langue plutôt que de langage. Le langage serait alors le moyen d'exprimer une langue et renvoie ici aux symboles mathématiques ou autres formes de représentation.

l'aide de rationnels ou d'irrationnels, exprimer commodément, grâce aux complexes, des lois vérifiées par certaines grandeurs à variation sinusoïdale,…

- La maîtrise de l'espace sur la terre et dans « l'Univers » passe par des représentations de figures géométriques qui se prêtent à un traitement mathématique donnant accès à des grandeurs « inaccessibles ».
- L'algèbre autorise une manipulation de signes permettant de déterminer ou d'optimaliser des quantités ou grandeurs soumises à des contraintes.
- Le calcul infinitésimal répond à des problèmes relevant de l'instantané, comme déterminer la valeur exacte de la vitesse d'un mobile en un instant précis, alors que les seules mesures ne le permettent pas.
- Quant au calcul des probabilités, il permet d'évaluer les risques encourus à faire tel pari sur l'avenir au départ de données accessibles dans le présent.

II.1.2. Une économie de pensée et d'action…

Pour résoudre les problèmes que le rapport au monde leur pose, les humains mettent au point des stratégies d'action outillées d'une conceptualisation mathématique. Celle-ci va de pair avec une symbolisation qui permet de modéliser le problème et qui donne prise à une technique de résolution spécifique. En effet, c'est un traitement de cette symbolisation, le plus souvent écrit, qui transforme l'écriture initiale de sorte d'en tirer une information sur la solution du problème. Pensons à la résolution d'un système linéaire 2x2 qui permet de trouver les valeurs de deux grandeurs ou quantités sur base de deux contraintes qu'elles doivent satisfaire. D'un point de vue culturel, cette spécificité des mathématiques (ou des disciplines mathématisées) mérite d'être soulignée, car elle caractérise un rapport particulier à l'écrit que l'on ne rencontre pas ailleurs : contrairement aux écrits en langue vernaculaire, il y a ici une manipulation de l'écrit qui donne accès à de nouvelles informations et possibilités d'action, en même temps qu'il structure un certain rapport au monde et aux questions à son propos[5].

Cette manipulation de l'écrit constitue déjà, en mathématiques, une « économie de pensée » et d'action, pour reprendre et étendre une expression de Mach (1925). Mais l'économie se situe ailleurs aussi. Les modèles mathématiques sont un moyen de catégorisation efficace de problèmes en classes. Par exemple, des situations qui, au quotidien, supposent des opérations numériques peuvent relever d'une procédure additive et d'autres d'une procédure multiplicative. Les tableaux de proportionnalité rassemblent de nombreux problèmes autant de la vie courante que des mathématiques ou d'autres disciplines. La modélisation d'un Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré et la recherche, parmi les rectangles de même périmètre, de celui qui a l'aire maximale relèvent toutes deux des fonctions polynomiales du second degré et de leurs propriétés. Quant au calcul de dérivées, il sert tout autant à modéliser des vitesses instantanées qu'à optimaliser, sous contraintes, certaines grandeurs dans divers contextes. En étudiant les opérations, les concepts de proportionnalité, de fonction du second degré, de dérivée et leurs propriétés, on fait donc d'une pierre, non pas deux coups, mais beaucoup plus… L'abstraction est donc ici, non pas gratuite, mais nécessaire à l'efficacité et à l'utilité des mathématiques. Notons cependant, et c'est très important en particulier pour l'enseignement qualifiant, que le classement des problèmes peut recouvrir non seulement des catégories de problèmes centrées sur des concepts ou théories mathématiques mais aussi des

5 Il nous semble retrouver dans ce rapport quelque chose de l'intention scripturale que Rey (1996) formule dans un contexte plus général, soit la prise de conscience d'une fonction de l'écriture comme « instrument intellectuel […] : une écriture qui ne « raconte » pas, qui n'est même pas d'abord un message adressé à l'autre, mais qui est plutôt un instrument pour dresser un état des choses, inventorier, ramener le divers du monde à des regroupements dominables … »

catégories faites à partir de tâches particulières propres à certains contextes. On peut ainsi parler des problèmes de pourcentages liés à la consommation, plus généralement d'algèbre financière, de problèmes d'ombre, de biostatistique ou de problèmes de poutres en résistance des matériaux.

II.1.3. … au prix d'une validation

Nous en venons ici à une deuxième facette de l'activité mathématique, à savoir la validation qui est le prix à payer pour l'économie de pensée que les mathématiques autorisent. Il faut en effet bien s'assurer que les techniques mises en œuvre pour résoudre un problème en donnent effectivement la solution adéquate. Il faut aussi justifier les règles selon lesquelles on traite les symboles mathématiques et les relations qu'ils forment et surtout les rendre intelligibles pour pouvoir comprendre leur champ d'opérationnalité. Cette validation peut être pensée à plusieurs niveaux. D'abord, un niveau plus pragmatique où l'examen de cas particuliers significatifs, le recours à l'expérimental et aux intuitions correctes ou erronées qu'il met à l'épreuve sont des modes de validation tels qu'on en observe dans l'histoire des mathématiques. Un deuxième niveau est le mode de justification que pratiquent les mathématiciens lesquels élaborent des théories déductives selon une pensée qui tire *les tenants et aboutissants d'une chose comme si elle était vraie, sans pour autant la considérer a priori comme vraie*. Se créent alors des formalismes nouveaux qui s'avéreront ou non, ultérieurement, être de bons modèles de certaines réalités du monde. Pensons aux géométries non euclidiennes et à la théorie de la relativité générale, à l'algèbre des nombres hypercomplexes et à la théorie quantique, aux courbes de la géométrie algébrique et aux codes correcteurs d'erreurs… Là aussi l'économie de pensée est à l'honneur comme l'illustre ce propos des Bourbakistes à propos des recherches en mathématiques que l'émergence des structures « multi-sens » a pu rendre plus efficaces : « Une structure est un outil pour le mathématicien. Une fois qu'il a discerné, entre les éléments qu'il étudie, des relations satisfaisant aux axiomes d'une structure de type connu, il dispose aussitôt de tout l'arsenal des théorèmes généraux relatifs aux structures de ce type, là où, auparavant, il devait péniblement se forger lui-même des moyens d'attache dont la puissance dépendait de son talent personnel, et qui s'encombraient souvent d'hypothèses inutilement restrictives, provenant des particularités du problème étudié » (Bourbaki, 1939).

II.1.4. Un constructivisme au sens de l'épistémologie

De cette section, nous pouvons conclure à une conception constructiviste des mathématiques qui fait aujourd'hui consensus au sein des épistémologues des sciences et des mathématiques. Sans rentrer dans le détail de ce qu'en disent les épistémologues, d'une école à l'autre, nous nous contenterons ici d'une définition simple, soit *une approche de la connaissance reposant sur l'idée que notre image de la réalité, ou les notions structurant cette image, sont le produit de l'esprit humain en interaction avec cette réalité, et non le reflet exact de la réalité elle-même* (voir e.a. Fourez, 1988).

Cette première prise de position n'entraîne pas ipso facto des options quant aux théories d'apprentissage constructivistes ou socio-constructivistes. On pourrait, par exemple, emprunter à Lakatos (1984), qui se situe dans ce courant épistémologique, son *style heuristique* pour faire un cours ex cathedra présentant les mathématiques comme une aventure humaine. Notre position ne suppose pas non plus que nous situons tous les élèves, niveaux et filières d'étude confondus, de la même manière par rapport aux deux facettes de l'activité mathématique. Ainsi, le raisonnement déductif ne peut se jouer pareillement pour tous et pas forcément à une échelle globale, mais plutôt par « îlots déductifs » au sens de Choquet (1964).

II.2. Savoirs, compétences et résolution de problèmes

Cette section aborde la relation savoir-compétence en lien avec la résolution de problèmes. On y revient d'abord sur la spécificité épistémologique des mathématiques. On y aborde ensuite la question des méthodes d'enseignement en revenant sur le socio-constructivisme et ce que des travaux antérieurs nous en apprennent. On y soulève enfin un aspect qui fait toujours débat, à savoir les relations entre le socio-constructivisme et la compétence de résolution de problèmes. Pour expliquer les termes de ce débat, nous croisons des cadres théoriques dans la perspective de montrer et d'illustrer leurs incidences sur les pratiques des enseignants, leur formation et les outils qui leur sont destinés.

Nous terminerons par une section sur l'usage des NTICE, en lien avec les analyses précédentes.

II.2.1. Un consensus épistémologique sur la « compétence mathématique »

La « compétence mathématique », telle que nommée par le GTI.1, peut être définie principalement en termes de résolution de problèmes, car celle-ci englobe une bonne part de ce qui relève de l'apprentissage des mathématiques. Non seulement la maîtrise de techniques et, à partir d'un certain niveau de la scolarité, celle de modes de validation spécifiques relevant de la pensée hypothético-déductive mais aussi la compréhension de structures et de propriétés des concepts mathématiques qui font toute l'efficacité de cette discipline.

Une analyse épistémologique des mathématiques en tant qu'activité humaine (voir section 1) montre en effet que

- de nombreux savoirs mathématiques sont créés pour résoudre des problèmes que les hommes se posent dans leur rapport au monde ;
- leur efficacité tient à la possibilité de rassembler en classes des problèmes intra ou extra-mathématiques variés, dont les savoirs et techniques associées permettent un traitement unifié ;
- les savoirs et leurs propriétés s'organisent en théories déductives qui donnent lieu à de nouveaux savoirs, jalons potentiels des problèmes et avancées technologiques de demain ;
- ces théories se développent à la fois par les besoins de nouvelles applications et la dynamique interne des mathématiques.

La résolution de problèmes suppose a minima le transfert de savoirs appropriés et des techniques associées au sein d'une même classe de problèmes et d'une classe de problèmes à l'autre. Cette formulation suppose évidemment un discernement dans le choix des savoirs ainsi que leur adaptation à chaque problème d'une même classe. Comme dans toute discipline, cette « capacité de transfert n'est jamais donnée au départ : les apprentissages s'ancrent dans un contexte qui, s'il est largement contingent aux yeux de l'enseignant, est inséparable de la connaissance aux yeux de l'apprenant, du moins dans un premier temps [...]. La connaissance décontextualisée, donc prête à l'emploi pour des contextes divers, n'est pas un état natif, mais le produit d'un processus d'abstraction progressif, qui n'est nullement spontané, mais suppose au contraire de multiples recontextualisations et décontextualisations. » (Perrenoud, 1997). Mais la décontextualisation prend, en mathématiques, une tournure particulière en ce sens que les concepts mathématiques sont, par essence même, pluricontextuels : par exemple, les fonctions modélisent des types de variations aussi bien en biologie, en physique ou en sociologie. Comme dit plus haut, c'est bien là l'efficacité des mathématiques qui suppose, dans le cadre d'un curriculum à forte composante pluridisciplinaire, une étude à part de savoirs créés ou rencontrés dans des contextes variés.

Mais, dans l'absolu, la résolution de problèmes dépasse ce cadre strict du transfert de savoirs au sein de classes de problèmes identifiées puisqu'elle peut nécessiter la création de nouveaux savoirs ou en tout cas un assemblage inédit de savoirs connus. C'est ce qui peut se produire d'ailleurs à l'échelle du collectif d'une classe d'élèves dans le cadre d'une « situation-problème ». Cela nous amène aux méthodes d'enseignement et au débat, toujours vif, sur l'articulation entre paradigme socio-constructiviste et apprentissage à la résolution de problèmes.

II.2.2. Une liberté dans le choix des méthodes d'enseignement si ce choix est éclairé et réfléchi

Le travail du Groupe I.1. nous engage à une attitude souple en matière de méthodes d'enseignement et c'est sans doute sage étant donné le désarroi actuel des enseignants. Nous nous devons toutefois de souligner que le choix de méthodes se doit d'être réfléchi de la part des enseignants et donc éclairé en amont par des formations en didactique consistantes qui analysent, pour chacune d'elles, les opportunités et les conditions de mise en œuvre en lien avec la spécificité des apprentissages en jeu.

Il semble que le critère d'une certaine consistance épistémologique, au sens décrit plus haut, soit incontournable, toutes méthodes confondues : ainsi, un enseignement « transmissif » sur le mode du conditionnement opérant tel qu'ont pu le penser les behavioristes n'a rien à voir, de ce point de vue, avec un exposé heuristique à la manière de Lakatos (1984) qui tente d'expliquer les tenants et aboutissants des théories mathématiques. De même, un enseignement « explicite » ne peut éviter un discours sur « les *raisons d'être* du savoir, c'est-à-dire les motifs pour lesquels il a été construit, ou pour lesquels, du moins, il persiste dans la culture » qui est une manière, pour Chevallard (1999), de lutter contre le « monumentalisme » dans l'enseignement actuel, qui a « perdu ces raisons d'être » des « monuments mathématiques » enseignés. Ce qui fait évidemment écho à la question « des questions » posée jadis par Bkouche, Charlot et Rouche (1991). Car, nous sommes tous d'accord, dans le GT « math », pour que l'école n'enseigne pas des « savoirs morts » comme souhaité par la ministre Onkelinx depuis 20 ans déjà. On ne peut donc que souscrire au point de vue défendu par Romainville (2009) qui réaffirme, plusieurs années après l'introduction du *travail par compétences* que : « La compétence, loin de tourner le dos au savoir, vise à réconcilier l'école avec le sens le plus noble et le plus humaniste du savoir : aider l'homme à penser le monde et à y agir ». Ce qui nous amène aux méthodes d'enseignement. Quant à Rey, il parle beaucoup dans ses interventions récentes d'une distinction entre « savoirs informatifs » et « savoirs en tant que modèles explicatifs », qui est une sorte de reformulation des « savoirs morts » et des « savoirs vivants ».

II.2.3. Le point sur les méthodes « socio-constructivistes » dont la mise en œuvre est particulièrement délicate

Ouvrons ici une grande parenthèse sur les méthodes d'enseignement inspirées du paradigme socio-constructivisme, dont la mise en œuvre est particulièrement délicate.

Elles demeurent en effet une perspective intéressante dans certains cas et certaines conditions, en matière d'enseignement des mathématiques.

Afin d'y voir plus clair, nous sommes ici retournés aux travaux pionniers relevant de ce paradigme dès le début des années 70 et qui servent encore aujourd'hui de références théoriques majeures même si des extensions et des adaptations aux réalités du terrain les ont enrichies depuis (Freudenthal, 1973 ; Brousseau, 1973, 1983 et 1986). Principalement on a, d'un côté, la théorie de Freudenthal (Realistics Mathematics Education ou RME) adaptée aujourd'hui par les travaux majeurs de Cobb et al. (2008). Et, de l'autre, la Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Brousseau prolongée par la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) de Chevallard.

On peut relever, dans ces théories et leurs évolutions, des points communs intéressants :

- L'activité de « mathématisation » (création de mathématiques), typique des mathématiciens, peut être vécue à l'échelle d'une classe sur base de questions qui sont dévolues aux élèves.
- Ces questions doivent être choisies de sorte que les élèves puissent s'y engager : elles doivent être « réelles » au sens de la RME ; leur dévolution suppose, dans la TSD, que les élèves puissent juger par eux-mêmes du bien-fondé de leurs stratégies sans attendre l'aval du professeur.
- Les symbolisations conventionnelles formelles ne peuvent en aucun cas constituer le point de départ de l'enseignement des mathématiques. Les mathématiques engagées par les élèves prennent des formes embryonnaires, « informelles », qui évoluent vers une forme standardisée au terme d'un cheminement plus ou moins long suivant les cas. En ce sens, cette approche inverse les deux moments canoniques de l'enseignement traditionnel. « Le problème précède l'explication notionnelle, au lieu de lui succéder » (Pallascio, 2005).
- Cette réinvention des mathématiques par les élèves est une activité collective autant qu'individuelle.
- Elle suppose l'articulation de plusieurs registres sémiotiques au sens de Duval (2001) : symboles algébriques, schémas, algorithmes, dessins, diagrammes, ... qui fera progresser les premières symbolisations vers une forme standardisée.
- L'apprentissage des élèves doit être soutenu par des dispositifs qui vont bien au-delà des premières activités qu'on leur propose.
- Le rôle de l'enseignant est central, par son discours, et son implication dans la co-création des dispositifs d'enseignement. D'autant que la maîtrise de ceux-ci, assez délicats, suppose de leur part des compétences professionnelles nouvelles.

L'implémentation de méthodes socio-constructivistes dans un milieu scolaire standard ne va pas de soi, comme on s'en doute. On imagine de même les difficultés méthodologiques pour évaluer l'impact, dans la durée, des effets sur les élèves d'un tel enseignement dont on ne peut maîtriser la variabilité de paramètres diversifiés et incontrôlables. Surtout lorsqu'il s'agit d'évaluer une forme de rapport au savoir. Mais c'est déjà le cas si l'on se cantonne à la réussite des élèves aux épreuves standardisées.

Des expérimentations à grande échelle en mathématiques ont été menées sous la direction de Brousseau : une trentaine d'années dans toutes les classes de l'enseignement fondamental d'une école « ordinaire » de la banlieue de Bordeaux. Et, comme Brousseau l'a affirmé à plusieurs reprises, il n'a pu établir statistiquement qu'un seul résultat : c'est que les élèves de cette école réussissaient les épreuves nationales « aussi bien » que les autres, sans plus, ce qui n'est peut-être pas négligeable, ajoutait-il, en raison des « perturbations » apportées au système. Par contre, Brousseau a pu mettre en évidence les conditions « limites » sans lesquelles un dispositif d'enseignement socio-constructiviste est voué à l'échec. Il est ainsi le premier à avoir soulevé la nécessité d'un processus d'institutionnalisation dont il a analysé le rôle social : expliciter à l'adresse des élèves les enjeux de savoirs liés aux activités qui leur sont proposées, savoirs que l'école est supposée leur « transmettre » par contrat social. L'absence de ce processus conduit aux inégalités scolaires comme l'ont montré les recherches de Bautier et Goigoux (2004).

D'autres conditions sine qua non du fonctionnement socio-constructiviste en situation scolaire ont été mises en évidence :

Les « situations-problèmes »[6] ont un caractère problématique pour les élèves mais doivent être calibrées pour rendre crédible a priori une construction collective, de leur part, du savoir mathématique visé (savoir en un sens large). Brousseau définit alors les conditions minimales à respecter pour que cet enjeu ne se solde pas par un jeu de dupes (ou effets du contrat didactique) où c'est finalement le professeur qui triera dans les interventions des élèves ce qui l'arrange, lui, pour poursuivre le cours :

- La question posée ou l'activité proposée doit avoir un « caractère fondamental » en ce sens que la stratégie optimale (si ce n'est exclusive) pour la traiter est constitutive de ce savoir.
- Les élèves doivent disposer d'un « milieu », c'est-à-dire de référents (matériels ou acquis culturels) qui leur permettent, comme dit plus haut, de s'emparer de la question ou de l'activité et de s'y investir, mais aussi de juger par eux-mêmes du bien-fondé de leurs stratégies sans devoir demander l'approbation du professeur.

Les savoirs mathématiques émergent de trois dialectiques : l'action, la formulation et la validation, lesquelles se jouent dans le jeu social des élèves formant une petite communauté scientifique. Ils doivent en effet s'adresser à leurs pairs, entre autres dans des situations « de communication », pour expliciter leurs modèles d'action, par les « représentations » qu'ils en font, mais aussi les valider ou les invalider sur base de critères rationnels en prenant le milieu comme référence. S'exercent là évidemment des compétences transversales qui sont ici au service d'une construction de savoirs.

Par exemple, l'agrandissement d'un puzzle invalide, par lui-même, le modèle additif, obstacle résistant à la mise en place du modèle multiplicatif. Ces modèles doivent ensuite être examinés dans des cas particuliers par exemple, l'enjeu étant de déterminer rationnellement autant le pourquoi que le comment.

Le processus de dévolution de problèmes est indissociablement lié à celui d'institutionnalisation dont Brousseau est le premier à montrer le rôle social, le professeur resituant les stratégies des élèves à l'aune d'une culture mathématique telle que partagée et pratiquée dans la société. C'est beaucoup plus qu'une synthèse finalisant une recherche des élèves. « Loin d'être une phase isolée, l'institutionnalisation est une régulation continue à la fois didactique et sociale » (Brousseau, 1998) qui se poursuit bien au-delà du dispositif d'une situation adidactique. En outre, une bonne articulation des processus de dévolution et d'institutionnalisation s'accompagne d'une décontextualisation et d'une dépersonnalisation du savoir. La décontextualisation suppose de montrer de quelle classe de problèmes mathématiques la question dévolue (si possible plusieurs) est prototypique en raison de son caractère

[6] Appelées « situations adidactiques » par Brousseau, le « adidactique » signifiant que le professeur dévolue des questions aux élèves en se retenant momentanément d'en fournir les réponses

fondamental. Quant à la dépersonnalisation, elle suppose que le dispositif, en variant par exemple la composition des groupes d'élèves, engage ceux-ci à comprendre que ce ne sont pas eux qui sont gagnants ou perdants (ou peu doués), mais bien les stratégies mathématiques proposées pour résoudre le problème, d'où qu'elles viennent. Il est en effet important de recentrer l'élève non sur sa propre créativité ou sur la pertinence de ses choix à lui, mais sur le savoir lui-même.

Que ce soit dans la perspective de la RME ou dans celle de la TSD-TAD, de nombreux travaux sur les pratiques enseignantes montrent à quel point ces dispositifs socio-contructivistes sont en rupture avec l'épistémologie spontanée des professeurs au point que l'injonction qui leur est faite de « mettre les élèves en activité » se solde souvent par des « faux-semblants ». Et il est difficile de leur jeter la pierre tant la mise au point et la mise en œuvre de tels dispositifs sont délicates. Comme l'affirmait Rouche déjà en 1991, cela représente pour les enseignants un changement considérable de leurs pratiques, « le changement d'une tradition séculaire qui ne peut se faire hâtivement. De toute façon, il faut mettre en œuvre de très gros moyens et y réfléchir longuement. » ? A cet égard, la piste des recherches collaboratives (Bednarz, 2013) est a priori prometteuse, enseignants et chercheurs collaborant à la création et l'expérimentation d'une ingénierie didactique.

Il n'empêche que les situations-problèmes demeurent intéressantes pour faire prendre conscience aux élèves de « misconceptions » ou, plus globalement, d'obstacles d'apprentissage que l'on sait résistants.

Revenons à la « compétence » mathématique telle que nous l'avons définie plus haut en termes de résolution de problèmes. Cette compétence peut être déclinée en deux versions : celle, plus modeste, du transfert par l'élève de savoirs appropriés d'un problème à un autre de la même classe ou d'une classe de problèmes à l'autre. L'autre s'appuyant davantage sur le caractère inédit des problèmes et les compétences transversales que suppose la démarche de résolution de problèmes. Il n'est pas facile de trouver un équilibre entre ces deux versions et il n'existe pas de consensus unanime de tous les membres du GT « Math » sur le sujet. Pas plus d'ailleurs que sur le rôle des méthodes socio-constructivistes dans l'entraînement des élèves à la résolution de problèmes. Il s'agit cependant, non pas d'un conflit, mais plutôt de sensibilités différentes qui se traduisent par des insistances et équilibres divers. Nous nous en expliquons longuement à travers les sections 2.4 à 2.6.

II.2.4. Un débat toujours vif à propos d'articulation socio-constructivisme/résolution de problèmes

Le lien entre résolution de problèmes et méthodes d'enseignement socio-constructivistes ne va pas de soi et soulève pas mal d'ambiguïtés ainsi que l'avaient analysé Crahay (2006) et Schneider (2006a et 2006 b) au moment où la mouvance des compétences battait son plein en Belgique francophone.

Crahay pointe en particulier « qu'une des principales dérives de l'approche par compétences est la relégation des savoirs au rayon des garnitures intellectuelles ». Plus récemment, Romainville (2012) surenchérit : « La mise en situation constitue donc la porte d'entrée ou le mode d'élaboration du savoir, mais ce dernier prime sur les moyens et doit d'ailleurs leur devenir indépendant et décontextualisé […] Or, dans de nombreux dispositifs de pédagogie active actuels, tout se passe comme si une inversion avait eu lieu et que le moyen devienne à lui-même sa propre fin. […]. De même, dans certains programmes actuels liés aux compétences, le souci de mise en situation conduit à placer au centre des dispositifs didactiques la réalisation de tâches, reléguant le développement de savoir au rang de dommage collatéral ».

Ce qui sera effectivement souligné dans un rapport d'inspection basé sur l'observation de plus de 300 activités dans les classes montrant clairement un manque d'articulation entre les compétences transversales, d'une part, travaillées dans le cadre de résolution de problèmes et les savoirs, d'autre part, abordés dans d'autres activités sans mise en relation avec la résolution de problèmes. Crahay (2006) déplore également un constat « grave à ses yeux », à savoir que « […] dans l'approche par compétences, le risque de confusion entre situations d'apprentissage et d'évaluation est maximal ». Schneider (2006a et 2006b) illustre, quant à elle, des interprétations indues des situations adidactiques de Brousseau (voir supra) comme terrain d'exercice à l'autonomie dans la résolution de problèmes, alors qu'elles sont conçues pour provoquer des apprentissages mathématiques. Elle montre aussi que la volonté à évaluer la résolution de problèmes appelés alors « inédits » chez les élèves peut inciter les professeurs à ne pas leur enseigner les concepts qui leur permettaient de structurer leur recherche.

Et pourtant, plusieurs chercheurs dissocient les objectifs liés à la résolution de problèmes et enseignement socio-constructiviste. Ainsi, Astolfi (2008), théoricien et militant du constructivisme dans le domaine de l'enseignement des sciences, plaide pour un abandon complet de la définition des objectifs par compétences, tout en conservant l'approche constructiviste qu'il considère comme un acquis incontestable de la recherche. Par ailleurs, le courant de la pédagogie de la maîtrise ainsi que, dans une moindre mesure, celui de l'enseignement explicite, très en vogue en Amérique du Nord, se sont progressivement détachés de l'approche socio-constructiviste, mais conservent un attachement très fort à la définition des « cibles » de l'apprentissage en termes de compétences.

Dans la TSD de Brousseau, les situations adidactiques ne sont pas prioritairement considérées comme un dispositif d'entraînement à la résolution de problèmes et aux compétences transversales associées. Même si ces dernières sont bien sollicitées à travers les dialectiques d'action, de formulation et de validation, elles le sont prioritairement au service des apprentissages mathématiques, ce qui montre bien par ailleurs la nécessité d'une articulation constante entre compétences transversales et compétences disciplinaires. En outre, les situations adidactiques sont conçues pour privilégier une seule stratégie, celle significative du savoir à construire alors que, pour résoudre un problème, plusieurs stratégies de résolution sont a priori possibles. Et cette construction du savoir, par les élèves, est une construction collective où chaque élève est impliqué certes mais sans se sentir « sur la sellette » du point de vue de la créativité - processus de dépersonnalisation oblige - alors que l'exercice de la résolution de problèmes et a fortiori son évaluation repersonnalisent le jeu. Il y va de la confiance des élèves.

L'exercice de résolution de problème est alors l'objet d'autres moments de l'étude (au sens de la TAD de Chevallard) menée par les élèves sous la guidance du professeur. Il s'agit de leur montrer des gestes d'étude efficaces que certains élèves connaissent d'instinct ou par fréquentation d'adultes instruits. Nous y reviendrons.

En ce qui concerne la résolution de problèmes, dans l'enseignement primaire en Belgique francophone, Carette (2006) a notamment montré que les enseignants qui expliquent souvent de tels problèmes à leurs élèves en classe obtiennent de meilleurs résultats de leur part. Il n'a cependant pas pu établir de corrélation entre une approche par « situation-problème » et les performances des élèves en matière de résolution de problèmes.

Mais revenons aux deux manières d'envisager la résolution de problèmes qui ont été évoquées à la fin de la section 1.1. Dans le but, cette fois, de les décliner en termes de dispositifs susceptibles d'entraîner les élèves à cette compétence. Dans la section 2.5, nous décrivons ce que l'on peut faire à partir d'une catégorisation des problèmes via les savoirs mathématiques et les techniques associées. Dans la section 2.6, nous envisageons le travail possible sur les problèmes « ouverts » et discutons des opportunités respectives de ces deux points de vue.

II.2.5. Un apprentissage progressif à la résolution de problèmes tenant compte de leur catégorisation

Selon l'épistémologie des mathématiques telle que nous l'avons spécifiée dans la section II.1, les problèmes mathématiques sont regroupés en classes et cette donnée permet de penser un apprentissage gradué au transfert des savoirs et techniques associées au sein d'une même classe de problèmes ou d'une classe à l'autre grâce à des dispositifs didactiques où l'autonomie des élèves est progressive. C'est bien dans une telle perspective que Maingain A. et Hogenboom J.P. ont inscrit, en 2013, l'écriture des UAA, insistant sur une conception du transfert « comme capacité acquise par l'élève au terme d'un apprentissage Ceci implique donc que l'élève ait appris à comparer les tâches et leurs contextes, lors de son apprentissage, en discernant leurs différences, ce qui les distingue l'une de l'autre, mais aussi ce qui les rapproche et permet de les classer dans des familles de tâches semblables […]. L'élève aura acquis ainsi, au contact des tâches, des ensembles de procédures distincts, mais aussi répétitifs, susceptibles de lui permettre des choix et des ajustements en présence de tâches semblables, mais pouvant présenter des différences dans leurs structures ou à leur surface. » Ils estiment en conséquence que « Lors d'une évaluation certificative, une tâche de transfert ne peut exiger de la part de l'élève un assemblage cognitif inédit […] ».

Ce point de vue avait été développé et illustré par Schneider (2006b), sur base des théories du champ de la didactique française mais aussi de travaux en psychologie cognitive. Un modèle d'apprentissage à la résolution de problèmes dans lequel le transfert de savoirs mathématiques au sein d'une classe de problèmes et d'une classe à l'autre doit être un objet d'apprentissage que l'enseignement prend en compte de manière longitudinale. Ce modèle peut être articulé ou non à un dispositif d'enseignement basé sur des situations adidactiques. S'il l'est, on doit tenir compte que, autant la multiplicité des démarches pour résoudre un problème est la bienvenue, autant elle comporte de sérieux risques en ce qui concerne les situations d'apprentissage, pour des raisons expliquées plus haut.

Schneider s'appuie ici sur une observation faite par Chevallard (1988) : « Atteints d'une "hypermnésie didactique" qui leur fait apprendre la théorie presque par cœur, plusieurs élèves souffrent d'une "amnésie didactique" en ce qui concerne les problèmes[7]. Il s'agit pour eux de "faire" ceux-ci, et d'en "refaire plus et plus" en cas d'échec. Mais un problème résolu est aussitôt classé comme étant terminé et ne fait l'objet d'aucune "étude" ».

Cette étude n'est évidemment une étude par cœur des énoncés et de leurs solutions, c'est plutôt l'identification de « patrons » majeurs qui permet de regarder la classe des problèmes déjà résolus d'une manière structurée et efficace. Les bons élèves le savent. C'est alors du ressort de l'enseignant de montrer à tous ces gestes d'étude par des gestes d'enseignement efficaces qui peuvent impliquer les élèves, comme, par exemple, leur dévoluer cette identification de patrons : « *Certains de ces énoncés se ressemblent beaucoup et pourraient*

[7] Nous avons remplacé par le mot « problème » le mot « exercice » que Chevallard utilise de manière générique

être mis ensemble. Nous aurions ainsi moins de catégories et de problèmes-types à apprendre. » (N. et G. Brousseau, 1987, à propos des rationnels).

Il ne s'agit pas de considérer une classe de problèmes comme un espace à l'intérieur duquel l'élève va facilement transférer, d'un problème à l'autre, une technique de résolution, malgré les paramètres[8] qui différencient les problèmes de la classe.

Mais bien de considérer l'identification de ces paramètres — décidée *a priori* en fonction des programmes et/ou des élèves — comme un objet d'enseignement, ce qui ne veut évidemment pas dire que les élèves n'ont pas de rôle à y jouer.

Selon cette perspective, les compétences transversales telles qu'*analyser et comprendre un message* sont bien sûr exercées dans la résolution de problèmes, mais on y met plutôt en avant, à l'adresse des élèves, que la classification des problèmes de mathématiques est un joker pour toute personne amenée à en résoudre, ainsi que l'a si bien décrit Polya, mathématicien s'étant penché sur cette question : « Pierre passe aujourd'hui un examen écrit de mathématique ; c'est un élève moyen, mais il a bien travaillé et a préparé son examen. Après avoir lu l'énoncé du problème posé, il se demande : *Quelle est la nature du problème posé ?* De fait, cette interrogation peut être avantageuse : si l'on peut classer le problème, reconnaître son type, le replacer par rapport à tel ou tel chapitre du cours, on a déjà progressé : on peut maintenant se rappeler la méthode apprise pour résoudre de type de problème. Il en est ainsi en un sens pour les problèmes de tous les niveaux. (Polya, 1967).

La détermination des classes de problèmes — et de sous-classes — permet d'articuler les cours donnés en entités organisées autour d'une finalité qui a un sens bien visible pour les élèves. Et ce, depuis la maternelle jusqu'à l'enseignement supérieur comme l'ont bien illustré les travaux de didactique des mathématiques. Mais cette classification ne va pas de soi. Les classes doivent en effet n'être ni trop grosses (comme celles basées sur les schèmes additifs et multiplicatifs à la manière de Vergnaud, 1981), ni trop restreintes. Plusieurs ouvrages permettent de baliser le terrain comme ceux de Rouche (voir e.a., 1998). On y voit les fractions à l'œuvre sous un aspect de commensuration de grandeurs, de fractionnement ou encore d'opérateur d'agrandissement…

Les classes de problèmes renvoient à un croisement entre tâches et techniques. Par exemple, l'optimisation d'une grandeur peut requérir aussi bien des méthodes de programmation linéaire que le calcul des dérivées alors que ce dernier permet de réaliser des tâches autres qu'optimiser comme, par exemple, répondre à des questions de physique ou d'économie. Elles concernent tout autant des professionnels dont l'exercice du métier (exemple des chauffagistes…) est lié à des problèmes mathématiques spécifiques.

Il faut alors apprendre à l'élève à évoluer au sein d'une même classe de problèmes, mais aussi d'une classe à l'autre. Cela demande à l'enseignant (ou à ses formateurs) d'identifier les paramètres selon lesquels les problèmes d'une même classe se différencient les uns des autres.

---

[8] Par exemple, en ce qui concerne l'évaluation de grandeurs inaccessibles, M. Schneider (2002 b) distingue les quelques paramètres suivants : le ou les théorèmes exploités (triangles semblables, théorème de Pythagore, résolution de triangles rectangles ou quelconques), le nombre de triangles ou de sous-figures utilisés, le fait que ces figures se situent ou non dans un même plan, le fait qu'elles puissent ou non être dessinées à l'échelle, le fait que l'énoncé soit ou non assorti d'emblée d'un dessin montrant un point de vue « approprié », la possibilité ou l'obligation de prendre des mesures sur le terrain, la possibilité d'avoir recours à une calculatrice…

L'étude et la gestion de la variabilité des paramètres choisis doivent faire l'objet d'un enseignement progressif : pour ce qui est des distances inaccessibles par exemple, l'élève serait d'abord en mesure de choisir entre Thalès et Pythagore seulement et, in fine, entre toutes les techniques géométriques et trigonométriques disponibles.

Mais il faut aussi que l'enseignant casse un jeu un peu convenu, entre lui et les élèves, selon lequel ce sont les connaissances venant d'être enseignées qui se doivent d'être mobilisées. Ainsi, les élèves confrontés à des tâches relevant de la modélisation fonctionnelle ont tendance à choisir un modèle qui vient d'être enseigné ou, du moins, qui a été enseigné durant l'année scolaire en cours, plutôt que d'envisager *a priori* un ensemble plus vaste de possibles. C'est là bien sûr un effet indésiré du contrat didactique, mais il faut bien reconnaître que ça marche la plupart du temps, le professeur étant complice de ce contrat en évaluant souvent et naturellement d'ailleurs sur ce qui vient d'être enseigné ! D'où l'intérêt de brasser effectivement, à chaque moment de la scolarité, l'ensemble des modèles déjà vus, les élèves de 6^e par exemple devant être avertis que les questions qui leur sont posées peuvent mobiliser aussi bien des modèles enseignés 2 ou 3 ans auparavant que ceux introduits lors de l'année scolaire en cours. Le passage de l'application au transfert se définit donc par le brassage contractuel de plusieurs classes de problèmes, l'élève ne pouvant plus se situer en devinant les attentes, plutôt que par le caractère standard ou inédit de ces problèmes. Et il s'agit déjà là d'une véritable révolution à mener, pour la modélisation fonctionnelle en particulier, une autre révolution étant de négocier des changements dans l'approche des fonctions qui devraient être étudiées par classes paramétrées plutôt qu'une à une.

<u>Exemples de classes de problèmes</u>

1. Niveau maternel : Dénombrer pour apparier des objets appartenant à des collections distinctes non proches (par exemple des œufs et des coquetiers), ce qui suppose une symbolisation écrite (des barres par exemple) qui préfigure le nombre comme « mémoire de la quantité ».
2. Niveau maternel : Modeler, avec de la « plasticine », des objets du quotidien et les reconnaître dans des dessins plus ou moins schématiques.
3. Niveau primaire : modéliser des objets ou situations du monde qui nous entoure, par des figures géométriques qui les composent, ce qui suppose d'analyser des « patterns » et d'étudier de manière articulée, des figures planes et des représentations planes de situations spatiales.
4. Niveau primaire : représenter sur une feuille de papier des situations du macro-espace par des « maquettes » à l'échelle dont on tire une information pertinente sur la situation modélisée.
5. Niveau primaire : modéliser des grandeurs, les comparer à l'aide des fractions et de leurs opérations.
6. Niveau primaire : associer différentes grandeurs à un même objet (volume, aire, longueur, masse) pour en étudier numériquement les covariations.
7. Niveau primaire : résoudre des problèmes de partages inégaux.
8. Niveau secondaire inférieur : évaluer une distance inaccessible au moyen d'un modèle géométrique auquel s'applique une propriété géométrique ou trigonométrique.
9. Niveau secondaire inférieur : construire des figures géométriques satisfaisant certaines contraintes
10. Niveaux secondaire inférieur et supérieur : Modéliser par un modèle fonctionnel une « régularité » (dans une suite figurée, des données numériques, …) ou une situation extra ou intra-mathématique et exploiter ce modèle pour répondre à une question

précise sur la situation modélisée. L'exploitation peut relever de l'algèbre (résoudre une équation ou une inéquation tirée du modèle…) ou encore du calcul infinitésimal.

11. Niveau secondaire supérieur : faire « parler » un tableau de données statistiques pour répondre à une question précise du type : si mon salaire mensuel est de X €, est-ce que je gagne bien ma vie (en FWB) ?

II.2.6. Un apprentissage à la recherche par des problèmes « ouverts »

L'objectif principal des problèmes ouverts est de développer chez les élèves des compétences de recherche. Cet objectif les différencie des situations qui visent la construction d'un nouveau savoir ou l'application d'un savoir étudié auparavant.

Lors de l'animation de recherche sur ces deux types de situations, l'enseignant doit s'assurer d'amener les élèves à construire ou appliquer les connaissances visées. Même si la situation est bien choisie, accessible, stimulante, l'enseignant, pressé par le temps, inquiet de ne pas voir le contenu visé émerger, est bien souvent tenté de guider les élèves, de leur proposer trop tôt des questions de relance, de négliger des pistes qui, même si elles sont intéressantes, risquent de détourner l'attention des élèves du savoir visé.

Par contre, lors de l'animation d'une recherche sur un problème ouvert, toutes les hésitations sont permises, toutes les pistes peuvent être débattues. Cela permet de valoriser des élèves ayant des cheminements plus originaux, des élèves qui ne sont pas toujours les plus studieux. De plus, comme le problème n'est pas lié à un chapitre en cours, l'enseignant n'est pas inquiet à l'idée que certains élèves ne résolvent pas le problème dans sa globalité. Cela lui permet de laisser se développer des aptitudes de recherche et de communication, mobilisant des compétences transversales, et de donner l'occasion aux élèves d'aller chercher et d'utiliser leurs connaissances moins récentes.

Les références majeures sur les problèmes ouverts sont les travaux de l'IREM de Lyon (Charnay, 1992-1993, Arsac et Mante, 2007). La définition adoptée par ce groupe est la suivante : « Un problème ouvert est un problème qui possède les caractéristiques suivantes : 1. l'énoncé est court ; 2. l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de question du type « montrer que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ; 3. le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples ». Il s'agit là d'une définition par laquelle ses auteurs s'opposaient aux habitudes des évaluations externes (type baccalauréat français) où les questions étaient (et sont toujours) morcelées en sous-questions, les réponses aux premières se retrouvant souvent dans l'énoncé des suivantes. En ce sens, l'ensemble des membres du groupe reconnaissent l'intérêt des problèmes ouverts, à ceci près que, pour certains, la définition supra définit un problème tout court (hormis la condition 1 qui n'est pas jugée spécialement utile). Mais, évidemment, pour tous, s'il s'agit d'appliquer les derniers savoirs enseignés, on ne peut guère parler de résolution de problèmes. D'ailleurs, dans l'optique où cette résolution est le transfert de savoirs d'un problème à un autre de la même classe ou non, il a bien été précisé plus haut que l'enseignant brouille les cartes en proposant des problèmes même longtemps après la phase de l'apprentissage concerné et, comme l'ont observé Henrotay et al. (2012), les élèves voient déjà là un caractère tout à fait inédit au problème posé.

Si l'objectif des problèmes ouverts se justifie pleinement par ce qui est dit au début de cette section, plusieurs membres du GT « Math » font remarquer que, là où l'ingéniosité des élèves est sollicitée, le risque existe de mettre à mal leur « sentiment d'efficacité personnel » et, par là même, celui des enseignants. Alors que, depuis les travaux de Bandura (2007) en psychologie et leur reprise dans les sciences de l'éducation (voir e.a. Galand et Vanlede, 2004), on sait à quel point ce paramètre interfère dans la motivation et l'engagement des uns et des autres.

Même si tous ces points de vue sont compatibles, certains membres de notre groupe estiment important de dire que la résolution de problèmes, envisagée sur un mode trop « puriste », fait écran à une approche plus modeste par les classes de problèmes. Et, constatant la difficulté de leurs élèves à gérer l'inédit, les enseignants ont tôt fait de se replier sur un enseignement trop exclusivement procédural. De ce point de vue, le regard que l'on porte sur les dispositifs d'évaluation tels que PISA est orienté d'une manière ou d'une autre par l'idée que l'on se fait de la résolution de problème. En témoigne deux analyses a priori contrastées d'un item de PISA, reprises en annexe de ce rapport. Nous y reviendrons à la section 4.5 de cette note.

II.2.7. Un usage raisonné et réaliste des NTICE au service des apprentissages

Le recours à des nouvelles technologies à des fins d'enseignement est plus que jamais conseillé. Cependant, les modalités d'emploi sont nombreuses et fort variées. Il y a donc lieu d'estimer les opportunités en matière d'apprentissages de différents types d'usage des NTICE. Nous le ferons à la lumière des analyses faites à la section 2.

Au-delà du matériel et des logiciels utilisés, la classification qui se prête le mieux à l'analyse didactique, sobre mais toujours d'actualité, est celle que Taylor (1980) fait des diverses utilisations de l'ordinateur. Elle peut en effet être adaptée sans peine aux calculatrices graphiques ou autres NTICE et comprend trois grands types d'usage didactique : *Tutor, Tool, Tuttee*. Dans le mode *Tutor*, le rôle de l'ordinateur est similaire à celui du professeur : illustrer des notions grâce à des logiciels graphiques ou des tableurs, proposer des exercices ou leurs résolutions d'une manière plus ou moins interactive ... L'élève est "conduit" au cours de son apprentissage selon un plan prédéfini. On peut mettre dans cette catégorie la plupart des E.A.O (enseignements assistés par ordinateur). Lorsque l'ordinateur est utilisé pour permettre à l'élève de manipuler plus aisément des informations et les traiter mathématiquement, on parle de mode *Tool* ou "outil". Des tableurs peuvent jouer ce rôle. Mais aussi des calculatrices graphiques sur lesquelles l'élève peut lire, dans une fenêtre imposée, la solution d'un problème d'optimisation ou des calculatrices symboliques qui permettent le calcul des dérivées par exemple. Enfin, lorsque c'est l'élève qui commande l'ordinateur pour lui faire faire quelque chose qui n'est pas préprogrammé, on dit que l'ordinateur est l'apprenant, d'où le mode *Tuttee*. On se doute, par exemple, que l'utilisation des NTICE peut enrichir le milieu des élèves et donc faciliter la dévolution d'une tâche ou d'un apprentissage mais, de ce point de vue, il y a lieu de penser que, parmi les types de modalités relevés ci-dessus, ceux qui sont les plus porteurs sont ceux qui laissent aux élèves une large part de responsabilité. Il faut cependant y regarder de près au cas par cas.

Mais, pour préserver la part de réflexion dont l'enseignant doit faire preuve pour utiliser les NTICE de manière productive, il faut le préserver autant que faire se peut de tracas matériels et le former tant aux aspects didactiques qu'aux aspects plus techniques. Or, à ce jour, il faut constater que :

- Beaucoup d’établissements sont aujourd’hui encore sous-équipés, ou disposent de matériel informatique vieillissant, voire obsolète. Le nombre de postes de travail disponibles pour les élèves est souvent insuffisant. Peu de classes sont équipées de tableaux interactifs ou de simples systèmes de projection. Les élèves ne disposent pas tous de calculatrices adéquates – pour les élèves du troisième degré en « mathématiques générales » et « mathématiques pour scientifiques », le prix des modèles performants est un frein évident. L’utilisation d’une tablette est encore peu répandue, mais peut être une alternative. Un équipement adéquat de l’ensemble des établissements scolaires, du personnel enseignant et des élèves doit donc être envisagé à plus ou moins court terme.
- Les établissements n’ont pas toujours une vision claire des possibilités actuelles ni de la problématique de l’infrastructure informatique associée : ils doivent être assistés dans l’analyse de leurs besoins et la satisfaction de ceux-ci.
- Les logiciels bureautiques utilisés sont, pour les produits standards du marché, souvent de vieilles versions, et la préférence est souvent donnée (comme dans les projets passés Cyberclasse, Ecole Numérique…) à des logiciels gratuits opensource certes de qualité, mais il en résulte des problèmes de compatibilité, ce qui rend leur utilisation inconfortable (un exemple en est l’écriture de formules mathématiques dans le traitement de texte, ou l’échange de données des tableurs).
- Le support du matériel et des logiciels est assuré essentiellement par des bénévoles, dont on ne peut exiger une compétence pointue, et dont la disponibilité et la pérennité ne peuvent être garanties.
- Beaucoup de professeurs sont actuellement peu ou pas formés aux NTICE. Ceux qui utilisent les NTICE en classe doivent souvent avoir recours à leur matériel personnel (portables) et ont personnellement acquis les licences nécessaires. Cette situation ne paraît pas normale.

II.3. Les difficultés du métier d’enseignant : entre sens, motivation, échecs et hétérogénéité

Il s’agit ici de mettre en évidence un partage complexe des responsabilités dans la gestion de questions épineuses comme celle du nombre élevé d’échecs en mathématiques et celle de l’hétérogénéité des classes. Même si le point de départ reprend des plaintes formulées par les enseignants, le but n’est pas de leur donner raison par principe. Il s’agit de montrer que la complexité du métier d’enseignant de mathématiques suppose des dispositifs structurels qui soutiennent les professeurs dans leur tâche difficile. Entre l’obligation qui leur est faite de diminuer le nombre d’échecs et la difficulté de gérer des publics très hétérogènes du point de vue de la question du sens des mathématiques, il y lieu sans doute de créer des dispositifs de remédiation qui travaillent la posture de rationalité des élèves ainsi que des dispositifs d’aide à l’étude « autonome », hors cours mais dans le temps scolaire. Evidemment, cela suppose un investissement financier et cela n’est pas sans lien avec d’autres débats liés au « Pacte d’excellence ».

II.3.1. La question des échecs

Parmi les questions récurrentes et lancinantes posées par l’enseignement des mathématiques figure en bonne place celle du nombre élevé d’échecs, à laquelle fait immédiatement écho celle des remèdes à envisager pour réduire ce nombre.

Nous partirons d'interviews de professeurs de mathématiques du secondaire et de certains de leurs propos entendus lors de formations. Sans prétendre qu'ils couvrent tous les avis ni qu'ils s'adaptent pareillement à tous les niveaux de la scolarité, il est intéressant de se pencher sur les raisons que ceux-ci avancent pour interpréter les échecs car elles lient des thèmes diversifiés à la question des échecs. Ce sont ces liens que l'on cherchera à éclaircir ensuite.

- Un manque d'étude de la part des élèves, aggravé par des sollicitations extra-scolaires multiples.
- Une absence de pérennité des savoirs de base nécessaires pour poursuivre l'apprentissage.
- L'hétérogénéité des classes difficile à gérer, en particulier au second degré.
- Un certain laxisme des délibérations qui se solderait par une réussite des élèves « bradée » dans certaines disciplines et par la répétitivité non sanctionnée de certains échecs en mathématiques.

Comme certains didacticiens l'ont analysé (e.a. Chevallard, 1988), la question de l'échec s'accompagne souvent d'une ambiguïté sur la responsabilité de l'échec. Ainsi, l'auteur observe-t-il des glissements dans la signification du concept d'échec : de « l'échec d'élèves à l'école », il arrive qu'on passe subrepticement à « l'échec de l'école », tous acteurs confondus (professeurs, directeurs, concepteurs de programmes, ...). Mais ce peut devenir aussi implicitement « l'échec des professeurs », les directions d'écoles pouvant alors prendre trop vite le parti des élèves et de leurs parents indépendamment du bien-fondé des échecs et de la qualité de l'enseignant.

La définition que Chevallard donne de l'école, comme « institution d'aide à l'étude », permet de repenser le partage des responsabilités. D'abord, les responsabilités respectives de l'enseignant et de l'enseigné : c'est le professeur qui enseigne, d'une manière ou d'une autre, mais c'est l'élève qui est supposé étudier les mathématiques. L'enseignant devient alors un « directeur d'étude »[9].

Il faut souligner ici que le mot « étude » ne renvoie pas ipso facto au travail individuel de l'élève en dehors de l'école. Une différence importante doit être faite ici entre l'enseignement fondamental et l'enseignement secondaire. En primaire et a fortiori en maternelle, on ne parle pas d'étude de la même façon. L'appropriation par l'élève se fait essentiellement en classe avec l'enseignant, ou alors à la maison avec les parents, mais très peu de façon autonome.

Par contre, il reste vrai que l'enseignant « ne peut faire apprendre » quelque chose à un élève : « seul l'élève peut apprendre lui-même », la seule chose qui est accessible à l'enseignant étant de mettre en place des conditions favorables pour que cet apprentissage puisse avoir lieu et nous en reparlerons plus loin.

On entend souvent dire que le professeur de mathématiques devrait « motiver » ses élèves en donnant davantage de sens aux mathématiques. Il est sans doute vrai que la profession « enseignant » se doit de progresser de ce point de vue, mais on omet de dire que la motivation et le sens sont des choses qui ne peuvent être « entretenues » que par l'élève lui-même.

---

[9] Ce qui laisse place à plusieurs cas de figure : celle, plus standard, où le professeur connaît le savoir à enseigner avant l'élève, mais aussi le cas où enseignant et enseigné étudient tous deux les réponses à certaines questions mathématiques proposées dans des media (au sens large), l'expérience du premier lui permettant malgré tout d'avoir un rôle de direction

Cette démarche lui appartient et devient de plus en plus indispensable au fur et à mesure qu'il progresse dans sa scolarité. En effet, un des traits les plus saillants des mathématiques, bien que ce ne soit pas leur monopole, est d'être une vaste organisation rationnelle et cumulative de savoirs.

Pour progresser en mathématiques, l'élève doit donc garder la maîtrise d'un grand nombre de concepts et de procédures qui ont été appris auparavant et qui ne font donc pas l'objet explicite de l'enseignement en cours. Une deuxième caractéristique des mathématiques est que leur apprentissage suppose la gestion incontournable de nombreux registres sémiotiques (algébrique, graphique,...), qui contribuent à les éloigner d'un environnement quotidien : les symboles et représentations multiples s'accumulent rapidement en mathématiques et tous ceux qui ont lu des textes mathématiques savent que le sens de ces signes se perd facilement en cours d'étude, faute d'une familiarisation suffisamment longue et répétitive : force est alors de revenir en arrière pour pouvoir poursuivre plus loin à la prochaine lecture. Tout cela rend l'étude des mathématiques très exigeante, presqu'une forme d'ascèse qui va à l'encontre d'une certaine culture de l'immédiateté. En l'absence d'un minimum de suivi, de régularité dans son étude, l'élève perd rapidement pied jusqu'à ne plus rien comprendre des symboles qui s'offrent à sa vue. Or la véritable motivation de l'élève vient du plaisir de comprendre, et ce, même s'il ne privilégie pas les mathématiques dans son cursus scolaire.

II.3.2. La question de l'hétérogénéité et les outils de remédiation adaptés

C'est avec cet éclairage qu'il convient de juger de l'hétérogénéité des classes. Cette dernière ne se traduit pas seulement par une maîtrise plus ou moins grande de compétences - comme la manipulation de symboles algébriques ou l'expression écrite en français - mais par le fait que le discours du professeur devient à un moment donné totalement imperméable à une partie de la classe. Une simple remise à niveau semble impuissante à réduire une telle forme d'hétérogénéité. De même que les outils diagnostiques, s'inscrivant trop exclusivement dans la psychométrie, montrent ici leurs limites.

De manière générale, les dispositifs de remédiation, tout comme n'importe quel dispositif d'enseignement, sont contraints par le contrat didactique inhérent à toute institution scolaire. Comment créer en effet l'étude, la soulager en quelque sorte, sans prendre le risque d'enlever une part de responsabilité à l'élève, risque qui s'accompagne bien souvent d'une perte d'authenticité de l'étude elle-même ? C'est là une sorte de paradoxe que Brousseau (1998) exprime globalement comme suit. Le contrat didactique met le professeur devant une véritable injonction paradoxale : tout ce qu'il fait pour faire produire par l'élève les comportements qu'il attend tend à priver ce dernier des conditions nécessaires à la compréhension et à l'apprentissage de la notion visée : si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir. Mais l'élève est lui aussi devant une injonction paradoxale : plus il attend que, selon le contrat, le maître lui enseigne ce qu'il faut faire, moins il s'approprie les mathématiques.

Le paradoxe s'accentue encore en cas d'échec de l'élève. Généralement, tout dispositif de remédiation qui tend à déresponsabiliser celui-ci est voué à l'insuccès, ainsi que l'ont montré Matheron et Noirfalise (2002) à propos de l'aide individualisée : "plus l'élève est assuré de la réussite par des effets indépendants de son investissement personnel et plus il échouera" (Brousseau, Ib.). Et c'est d'autant plus vrai que le dispositif de remédiation porte sur des apprentissages procéduraux plutôt que sur la compréhension.

Tenant compte de ces données didactiques, l'important est, d'après Blouin (2002), de "proposer aux élèves [en échec] des situations didactiques convenables où la connaissance n'est pas à prendre dans le discours du maître ou à lire dans ses attentes, mais à produire dans une relation avec la situation". Les entretiens "faire faux" proposés par Sackur et al. (1997) sont basés sur le même principe. Il s'agit d'organiser des "entretiens Faire Faux" avec des élèves qui échouent en algèbre parce que ce sont des "calculateurs aveugles" considérant les règles algébriques comme des règles auxquelles ils *doivent* se conformer alors qu'elles leur paraissent arbitraires. L'intention est de leur faire prendre à leur charge le "vrai" et le "faux" au lieu de se référer à l'autorité du professeur : "Ainsi aux élèves qui nous demandent de l'aide sous prétexte qu'en algèbre ils font toujours faux, nous demandons de produire quelque chose de faux. [...] Si l'élève est un calculateur aveugle qui produit des réponses en utilisant des règles de conformité, il a à sa disposition des règles pour écrire des choses qu'il croit être justes, mais comme il n'existe pas de règle de conformité pour écrire des choses toujours fausses, il est tôt ou tard obligé de changer d'orientation. [...] Quand nous demandons ensuite à l'élève si ce qu'il a écrit est toujours faux, il n'a d'autre solution pour répondre que de passer en compréhension".

Il devrait donc exister plutôt des dispositifs de remédiation propres à réinstaurer, chez les élèves et, par rapport aux mathématiques, ce que Rey (1996) appelle *l'intention rationnelle* : « Il faut surtout que l'élève opère une rupture dans sa manière de voir les choses. Il faut qu'il cesse de voir la vérité comme dépendante d'une forme de rapport à autrui. Il faut que, dans sa relation au savoir, il passe de l'obéissance à une règle saisie comme arbitraire à la compréhension de la nécessité ». De tels dispositifs n'excluent pas des outils de remise à niveau portant sur des acquisititions plus techniques dont certains sont informatisés à partir d'erreurs ou de conceptions erronées rencontrées chez les élèves ou proposant une arborescence s'appuyant sur l'identification de prérequis. Mais ceux-ci resteront inefficaces s'ils ne sont pas subordonnés aux dispositifs décrits supra. D'autant que les erreurs sont le plus souvent erratiques : aux lois mathématiques qui lui sont présentées sans raison aucune, les élèves proposent leurs règles propres tout aussi arbitraires et leurs erreurs ne sont pas forcément révélatrices de préconceptions profondes. Quant aux prérequis, ils sont relatifs souvent à des choix curriculaires et à la transposition didactique sous-jacente trop souvent « naturalisée » y compris par les chercheurs eux-mêmes.

De tels dispositifs doivent être pris en charge par des professeurs de la discipline. Ils supposent en effet une gestion très experte. Mais l'enjeu est de taille car il s'agit de travailler le « rapport scolaire au savoir » au sens de Charlot et al. (1992), de « sens second des apprentissages » selon Bautier et Goigoux (2004) ou de « regard instruit » comme dirait Rey (1996). L'idée est toujours la même : certains élèves, les bons, sont « nés avec la panoplie de bon élève au pied de leur berceau » (Meirieu, 1991). Ce sont ceux qui ont très bien compris le fonctionnement de l'école, les attentes scolaires et notamment cette « visée rationnelle ». Et c'est sans doute ce qui explique que le taux de réussite à l'école est généralement corrélé avec le niveau d'études des parents, avec une valeur aberrante : les enfants d'enseignants réussissent mieux que ceux dont les parents ont fait des études plus longues. D'où le terme parfois utilisé de « délit d'initié ».

Ce qui n'empêche pas que l'hétérogénéité des classes puisse être gérée aussi par une différenciation institutionnelle qui prend en compte, non pas que les élèves auraient ou non la supposée « bosse des math », mais plutôt que certains d'entre eux ont envie de s'investir dans ce domaine davantage que d'autres, alors qu'ils ne le peuvent actuellement en raison de la réelle hétérogénéité des classes. On se demande pourquoi on s'interdirait de composer des classes avec des élèves qui « excellent » en mathématiques ou, tout simplement, qui ont la motivation de s'engager dans une étude plus approfondie alors que la « sélection » reste toujours d'actualité en matière de performances sportives. Alors qu'une différenciation par filières en mathématiques, à partir d'un niveau scolaire à déterminer, pourrait avoir ses raisons. D'une part, l'avenir économique de la FWB en dépend sans doute, les emplois à forte valeur ajoutée supposant souvent des compétences sérieuses en mathématiques. D'autre part, cette différenciation devrait permettre aussi de recruter des enseignants, pour tous les niveaux scolaires, ayant une formation en mathématiques suffisamment consistante pour pouvoir gérer les composantes épistémologiques et didactiques de leur métier. On devrait, de même, concevoir, pour l'enseignement qualifiant, des programmes de mathématiques qui prennent en compte les spécificités des métiers concernés.

Mais revenons à l'étude des élèves qui devient, à un niveau donné de la scolarité, une donnée incontournable d'une progression d'apprentissage mathématique.

II.3.3. Le temps de l'étude dans le temps scolaire pour lutter contre les inégalités

Les écoles du début du siècle passé octroyaient à l'étude personnelle des élèves une place de choix dans le temps passé à l'école. De plus, l'école prévoyait à ses origines, en sus des cours proprement dits, « une série de dispositifs intermédiaires (qui) prenaient en charge l'étude elle-même : des manuels, des répétiteurs, des moments et lieux spécifiques permettant de soutenir l'étude personnelle de chaque élève » (Johsua, 1999). En particulier, la Ratio studiorum des collèges s.j. réglait par le menu ce temps d'étude à l'école, ainsi que le décrit Laurent (2002).

L'organisation de l'étude est une responsabilité qui incombe aujourd'hui aux professeurs eux-mêmes, en particulier aux professeurs de mathématique, lesquels n'ont guère de temps à y consacrer, pressés qu'ils sont, à tort ou à raison, de « finir » leur programme. Force est donc de constater la portion congrue réservée à l'étude personnelle dans le temps scolaire. La plupart du temps, cette étude est à mener par les élèves principalement pendant le temps passé en dehors de l'école. Et l'on peut craindre alors que des inégalités sociales aient des répercussions graves en termes d'inégalités scolaires. En effet, cette absence de prise en compte de l'étude au sein même de l'école semble avoir des conséquences fâcheuses pour les élèves dont l'étude n'est pas soutenue par ailleurs, par exemple dans le milieu familial. Ainsi, Johsua (2002) a pu repérer de nombreux élèves qui, laissés à eux-mêmes, ne savent plus comment s'y prendre pour « étudier », fût-ce au niveau d'une mémorisation « par cœur ». Pour lui, ce n'est pas tant le temps d'investissement des élèves qui est à mettre en cause - lesquels sont plus nombreux qu'on ne le croit à consacrer un temps important au travail scolaire - mais plutôt une méconnaissance chez eux de techniques efficaces d'étude.

Rappelons ici ce que nous avons dit, à la section 2.5 de cette note, sur les pratiques enseignantes efficaces qui font prendre conscience aux élèves - et, c'est devenu nécessaire à l'heure actuelle - que les problèmes ne sont pas « affaire classée » une fois résolus mais qu'ils doivent faire l'objet d'une étude spécifique dont on tire de précieux renseignements pour résoudre de futurs problèmes proches de ceux déjà traités. De même, il faut imaginer les moyens de sensibiliser à nouveau les élèves au fait que les savoirs anciens doivent être l'objet de mobilisations ultérieures indispensables à une progression dans l'étude mathématique. Et ne pas (leur faire) perdre de vue que le « drill », aujourd'hui si décrié, est une manière de créer des routines « libératoires » pour pouvoir se consacrer à des processus cognitifs plus glorieux.

C’est à la lumière des sections 1, 2 et 3 de cette note de cadrage que nous envisageons la question des évaluations externes, de la certification et du redoublement. Les données qui permettent de l’éclairer sont effectivement fonction des spécificités épistémologiques des apprentissages visés, de la manière d’envisager l’articulation entre savoirs et compétence à la résolution de problèmes et du partage des responsabilités, entre enseignants, enseignés et autres acteurs de l’enseignement.

II.4. Les évaluations externes, la certification et le redoublement

Dans les sections 4.1 et 4.2, on montre effectivement que le principe de non-redoublement n’est pas sans risques et qu’il suppose non seulement des changements de mentalité par rapport à l’évaluation, l’échec et le principe d’éducabilité mais aussi de profondes réformes structurelles.

Dans le même ordre de raisons, le GT « Math » plaide pour le maintien actuel d’une évaluation certificative externe fin de primaire (section 4.3) et pour une réflexion de fond sur le rôle d’autres évaluations, les conditions et leur suivi (section 4.4).

Enfin, la section 4.5 relativise la portée des évaluations PISA, au-delà de l’information qu’elles donnent de l’engagement « gratuit » des élèves et de leur débrouillardise hors contrat didactique.

II.4.1. Une conception de l’évaluation au prix d’un changement des mentalités

Tous les membres du GT « Math » souscrivent au point de vue défendu par le GT I.1 d’une conception de l’évaluation « comme une régulation permanente faisant partie intégrante du processus d’apprentissage et ce, depuis ses prémices ». Leurs références sont identiques telles que traduites à travers la substitution « d’une *evaluation of learning* par une *evaluation for learning*, voire *as learning* ».

Ils soulignent cependant que l’entreprise est de taille car elle suppose, chez tous les acteurs de l’enseignement, élèves, parents, professeurs et pouvoirs politiques compris, un changement de mentalité drastique. Il faut dire que le paradigme des compétences s’est décliné, en FWB comme ailleurs, par une emphase mise sur l’évaluation jamais bien loin lorsqu’il est généralement question de compétence, ainsi que l’analysent Gerard et Van Lint (2003) : « Il est troublant de constater que l’on ne peut apparemment pas parler de compétence sans parler d’évaluation. Que ce soit dans le monde de l’enseignement ou dans l’univers professionnel, il suffit de parler de compétences pour que résonnent les trompettes de l’évaluation ». Cela peut se comprendre à la lumière de l’enjeu de la réforme des compétences : on cherche à améliorer l’enseignement pour viser la maîtrise de compétences de haut niveau, il est donc normal qu’on veuille en évaluer les effets, de la manière la plus « scientifique » possible. Avec des retombées paradoxales d’ailleurs qui rappellent les dérives de la « pédagogie par objectifs » qui entendait programmer et évaluer « scientifiquement » les apprentissages par une succession de micro-objectifs. Et on a vu effectivement des enseignants se préoccuper avant tout d’assortir des compétences adéquates à leurs questions d’évaluation en les subdivisant, pour ce faire, en sous-questions, ce qui va à l’encontre de la définition même de compétence dans le Décret *Missions.*

Ce changement de mentalité en appelle deux autres. Primo, un regard sur l’échec quelle que soit la manière dont celui-ci est acté : il s’agit de le regarder comme facteur de progrès ou tout simplement comme signe d'un seuil d'apprentissage que tous n'atteignent pas au même moment pour des raisons de motivation ou de maturation plus lente. Les promoteurs de l'enseignement « rénové » n'avaient-ils pas insisté sur le fait que les élèves ont un créneau d'intelligence privilégié et que leur implication pour des disciplines exclues de ce créneau était fonction du rythme qu'ils s'imposaient en fonction de leur motivation ? Mais, de ce changement de mentalité, est solidaire une autre évolution liée au principe d'éducabilité (Meirieu, 1991). Si l'on peut reconnaître qu'il existe des différences individuelles au niveau des aptitudes intellectuelles comme il en existe pour les aptitudes physiques, il faut aussi tenir compte de ce que l'enseignement des mathématiques requiert le développement d'une conception de « l'aptitude mathématique » comme étant quelque chose de « non figé » et « qui s'apprend » par le biais d'un effort soutenu, à l'opposé de la conception de la « bosse des maths » qui serait innée (Dehaene, 1996). De ce point de vue, une pédagogie « par petits pas » assortie de rappels interminables, observée chez certains enseignants et dictée sans doute par leur crainte d'avoir trop d'échecs, peut contribuer à priver de sens l'enseignement des mathématiques et peut conduire à avoir un propos bien en deçà de ce que des élèves d'une tranche d'âge donnée, normalement constitués, sont capables de comprendre. D'où, peut-être, le taux actuel interpellant d'élèves catalogués « haut potentiel ».

Il n'empêche que, comme nous l'avons développé à la section 3.2 de cette note, nous tenons à souligner à nouveau que la grande hétérogénéité avérée dans de nombreuses classes rend le métier d'enseignant particulièrement difficile voire impossible : il s'agit de gérer non seulement des élèves chez lesquels les bases en matière de procédures ne sont pas pérennes ou non jamais été acquises, mais aussi et surtout des élèves qui ont perdu le sens des mathématiques voire qui n'ont jamais perçu - ou auxquels on n'a jamais enseigné - qu'il y avait quelque chose à comprendre.

II.4.2. Un non-redoublement progressif au prix de réformes structurelles

Nous nous sommes déjà exprimés sur l'allongement du tronc commun au début de ce rapport. Pour ce qui est du non-redoublement jusqu'à 15 ans, tel que relayé actuellement par la presse comme une sorte de reflet des mentalités, nous pensons qu'il pourrait mener à une véritable catastrophe, s'il n'est pas progressif et assorti de profondes modifications structurelles et d'accompagnements dans les classes.

Par exemple, on pourrait songer à des groupements « multi-âges », surtout au début du primaire où l'on fait rentrer certains enfants dans le monde de l'abstraction beaucoup trop tôt, avant même l'âge de 6 ans pour ceux qui sont nés dans les trois derniers mois de l'année, certains débutant leur première année primaire à 5 ans 9 mois. On peut donc comprendre qu'il faut plus d'un an à certains enfants pour réaliser les apprentissages prévus la première année. Nous prenons souvent exemple sur la Finlande, mais en sélectionnant les caractéristiques de cet enseignement qui nous agréent. Ainsi, en Finlande, comme dans d'autres pays nordiques, l'école primaire débute à l'âge de 7 ans, ce qui permet alors au groupe de rester compact pendant plusieurs années. Par ailleurs, chez nous, les expériences sur le cycle 5/8 menées il y a plus de 35 ans ont montré tout l'intérêt des groupements multi-âge dans le cadre notamment de la continuité des apprentissages. Des recherches menées à l'ULg, ainsi que des rapports d'inspection, basés sur ces expériences, ont insisté alors sur la nécessité de constituer, dans l'enseignement fondamental, des groupes-classes de deux années au moins.

En ce qui concerne l'accompagnement de l'élève en difficulté, et pour revenir au cas de la Finlande, celui-ci y est géré de manière plus professionnelle que chez nous où, dans nombre d'écoles, l'enseignant de P1-P2 reste souvent seul avec sa classe de 20 élèves. On a beau imposer la pédagogie différenciée, elle n'est pas facilement réalisable dans de telles classes et l'enseignant est souvent démuni. Chez nous, fin des années septante, on avait trouvé un peu de budget pour permettre à des instituteurs expérimentés en mathématique d'aller aider des enseignants à organiser des activités mathématiques, à la demande de directions d'écoles. (on les nommait « agent de perfectionnement pédagogique »).

En tout état de cause, donner le CEB à tous les élèves en décrétant un non redoublement ne semble pas une solution souhaitable, car l'entrée en secondaire nécessite un certain nombre d'acquis minimaux. Pas plus d'ailleurs que de « biaiser » les conclusions liées aux résultats. Cela ne rendrait pas service aux élèves et compliquerait grandement la tâche des enseignants du début du secondaire. La « promotion automatique » appliquée dans certains pays nordiques ne peut pas s'appliquer à l'identique dans le contexte socio-économique belge francophone très différent.

La recherche d'une diminution du redoublement ne doit pas conduire à supprimer tout moment certificatif en cours de tronc commun : à cet égard, les trois « étapes » fixées dans les socles de compétences proposent un certain équilibre qui ne consiste ni en une évaluation certificative annuelle, ni en l'absence totale d'évaluation certificative avant 14 ans.

II.4.3. Maintenir l'évaluation certificative externe de fin de 6e primaire (CEB)

Les membres du GT « Math » sont favorables au maintien d'une épreuve certificative à 12 ans, même si la question devrait nécessiter davantage qu'un traitement dichotomique en termes de « oui/non ». Elle devrait en effet être resituée, elle aussi, dans tout un ensemble qui devrait subir de profondes modifications structurelles.

Il n'empêche que, dans l'immédiat, la suppression de l'évaluation certificative externe de fin de 6e primaire (CEB) comporte plus d'inconvénients que d'avantages.Voici quelques arguments pour étayer cette affirmation[10], lesquels plaident également en faveur du maintien des niveaux « primaire » et « secondaire » :

- L'existence d'une évaluation externe certificative en fin de 6e primaire permet de réduire la disparité entre les apprentissages abordés d'une école primaire à l'autre, en mathématiques comme dans les autres disciplines. Dans un contexte où le nombre d'heures dévolues aux mathématiques est laissé à l'appréciation de chaque enseignant, cet alignement des contenus enseignés parait souhaitable.
- L'existence d'une évaluation externe certificative menant à l'octroi du CEB est essentielle pour donner une valeur indicative commune à ce diplôme. Un retour à la situation antérieure se traduirait par l'énorme disparité qui était possible dans les contenus évalués et les méthodes d'évaluation, ce qui renvoie à la question de référentiels précis à ce niveau.
- S'y ajoutent des problèmes de manque d'impartialité de l'évaluateur qui doit en quelque sorte évaluer le résultat de ses propres efforts visant à faire réussir tous les élèves, ainsi que des effets négatifs dûs aux différences de valeur accordée au diplôme selon l'école primaire dans laquelle il a été obtenu.
- Alors que ces épreuves sont prises de haut dans certains milieux privilégiés, des échos recueillis dans les milieux plus défavorisés et notamment les écoles en encadrement différencié indiquent que ces épreuves constituent une source de motivation et

[10] voir notamment Rosenwajn E. et Dumay X. (2015) *Les effets de l'évaluation externe sur les pratiques enseignantes : une revue de la littérature*

d'engagement dans les apprentissages de haut niveau pour un certain nombre d'élèves, et une source de fierté pour ces élèves et leurs enseignants lorsque l'épreuve est réussie.

- Le souhait d'accentuer le caractère polytechnique du tronc commun et de repousser l'orientation des élèves n'est aucunement gêné par l'existence d'une épreuve externe certificative en fin de primaire. Pas plus qu'il n'est entravé par l'existence d'écoles primaires distinctes des écoles secondaires, avec des modes d'organisation très différents, qui continuera de constituer une réalité bien concrète pour les élèves, leurs parents ainsi que les enseignants. D'ailleurs, dans les pays nordiques qui servent souvent de modèle de référence, à commencer par la Finlande à nouveau, le tronc commun s'articule autour d'une école primaire (jusque 13 ans en Finlande) suivie d'un collège (13 à 16 ans). Vient ensuite un lycée (hors tronc commun). Cela prouve bien que l'existence d'un tronc commun efficace ne nécessite pas de gommer toutes les différences entre primaire et secondaire. D'ailleurs, si on voulait vraiment importer ce modèle chez nous, il s'agirait plutôt de scinder le secondaire en deux.
- Le passage entre primaire et secondaire correspond aussi à une réalité biologique et psychologique qui est celle de l'entrée dans l'adolescence[11]. Ce n'est pas par hasard qu'un changement de structure scolaire se situe autour de 12 ans dans autant de pays du monde. Vouloir lisser à tout prix le passage du primaire au secondaire et situer l'un dans la parfaite continuité de l'autre revient à nier l'importance de telles « étapes clés » dans la construction identitaire des jeunes.

Le maintien du CEB en fin de primaire demande évidemment d'envisager des pistes d'action pour les élèves qui y auraient échoué. En outre, des améliorations souhaitables de ces épreuves sont possibles, même si elles ne justifient pas de « jeter le bébé avec l'eau du bain ». Nous y arrivons.

II.4.4. A propos des autres évaluations externes

Ces améliorations sont celles aussi qu'il faudrait apporter aux évaluations externes non certificatives. A supposer qu'elles soient utiles, elles devraient prendre une autre forme. La manière dont les questions sont formulées dépend du traitement statistique de données tel qu'imposé par l'ULg. D'une part, cela laisse peu de place aux situations ouvertes et à la résolution de problèmes. D'autre part, les résultats risquent d'être de plus en plus biaisés dans la mesure où ceux-ci seront pris en considération pour situer une école dans un ensemble d'écoles de même catégorie. En outre, la passation de ces épreuves - et des épreuves certificatives - relève de la seule responsabilité des écoles. Et on sait que les consignes de passation ne sont pas respectées par tous. Des réponses sont suggérées, voire fournies dans un certain nombre de classes au fondamental. Et l'on entend dire que les résultats globaux sont « arrangés » par une pondération a posteriori de ces questions.

Quant aux pistes didactiques qui sont proposées suite à ces évaluations, elles viennent beaucoup trop tard pour être vraiment utiles aux enseignants.

Sur l'intérêt et le rôle de l'ensemble de ces évaluations externes, qu'elles soient certificatives ou non, le groupe GT « Math » souligne la nécessité d'une remise à plat et d'une réflexion de fond. Par exemple, l'évaluation diagnostique en début de secondaire semble contre-productive. Par ailleurs, les moyens informatiques actuels permettent de faire des évaluations certificatives tous les deux ans (certains PO du CECP le font déjà fin de 2P et fin de 4P).

[11] Voir par exemple « Vivre l'adolescence, les rôles du groupe et de l'école », publication de l'UFAPEC, 2013

Mais quel est l'intérêt de ces évaluations si l'on ne connait rien des difficultés des élèves. En effet, les évaluations externes qu'elles soient certificatives ou non apportent des informations capitales aux acteurs de l'enseignement et aux chercheurs. Par une grille d'analyse comme au CE1D on pourrait détecter les faiblesses, élève par élève, mais aussi plus globalement. Et ces analyses plus fines permettraient de mettre en place des pistes didactiques au plus proche des difficultés de nos élèves. On pourrait aussi, année après année, baser les remédiations plus rapidement sur les vraies difficultés de nos élèves et pas seulement en mathématiques mais aussi en lecture, par exemple. Chaque élève aurait ainsi, tous les deux ans, une synthèse des compétences acquises ou non acquises qu'il pourrait améliorer les années suivantes, consignées dans un portfolio par exemple.

II.4.5. Un débat sur ce que nous apprennent les évaluations PISA

Terminons par les évaluations PISA qui restent un « phare » important aux yeux des pouvoirs politiques comme pour les chercheurs chargés à la fois d'analyser les résultats de nos élèves à ces évaluations et de proposer des pistes didactiques pour améliorer leurs performances. Ce dernier point d'ailleurs peut être questionné a priori car, dans le secteur privé, on connaît le risque d'expertises faites par des consultants qui sont amenés aussi à faire des propositions d'amélioration.

On nous présente les évaluations PISA comme étant une invitation à mieux préparer les élèves à la résolution de problèmes mais plusieurs membres du groupe GT « Math » se posent des questions à ce propos :

1. Qu'évaluent vraiment les épreuves PISA et que n'évaluent-elles pas d'aspects spécifiques de notre enseignement ?
2. Qu'enseigne-t-on, ailleurs, qui préparent les élèves à réussir les épreuves PISA ?

Des réponses à la première question ont été apportées par Van Dieren (2005) et Matheron (2012).

Van Dieren part de la question au principe même des évaluations PISA et que rappelle l'acronyme : *les jeunes de 15 ans sont-ils capables de continuer à apprendre et de relever les défis que leur réserve l'avenir ?* et la trouve interpellante : « Est-il réellement possible de concevoir un test qui ne soit pas axé sur les acquis *actuels* d'un élève mais sur ce qu'il pourrait en faire *plus tard* ? En tout état de cause cela ne peut se penser qu'à partir d'hypothèses, de parti-pris. Par ailleurs, relever des défis dans l'avenir, continuer à apprendre, cela dépend de tant de facteurs … dont certains n'ont pas grand'chose à voir avec l'école ! ».

Van Dieren, pour la Belgique, et Matheron, pour la France, pointent un apprentissage qui fait une richesse autant qu'une spécificité des programmes scolaires de leurs pays alors qu'il est peu évalué par PISA : il s'agit de l'argumentation et de la démonstration : « appuyer une impression sur un raisonnement, un calcul, est du ressort spécifique de la formation mathématique. On peut s'étonner que les questions d'un test qui a l'ambition de prendre en compte la formation citoyenne, passe à côté de cet aspect ». (Van Dieren, Ib.). Or, « Environ 1/3 des questions PISA sont des QCM aux justifications rarement demandées ». (Matheron, Ib.). L'item PISA analysé dans l'annexe ci-dessous n'échappe pas à cette critique.

Matheron estime que le prix de la « vie réelle » ne peut être l'occultation d'autres questions internes aux mathématiques : « Si les mathématiques modélisent et permettent de répondre à certaines questions qui se posent 'dans la vie', elles modélisent et répondent néanmoins aussi à des questions internes aux mathématiques […]. Peut-on axer la finalité des mathématiques à 15 ans sur la 'vie réelle', au risque de compromettre l'acquisition d'un bagage pour des études plus approfondies dans cette discipline ? ». Quant à Van Dieren, elle parle du risque d'un « enseignement empiriste » qui, au sens de Treffers, est privé d'une construction verticale des concepts, enchaînés et articulés dans « un univers de sens cohérent », si « un mode d'évaluation qui se limiterait aux seuls *problèmes concrets* était imposé aux enseignants ». Delors (http://michel.delord.free.fr/pisa2013-quick.html#D) estime, lui, que « la 'culture mathématique' testée par PISA n'a pas grand'chose à voir avec les mathématiques puisque en sont absents : l'algèbre, le calcul littéral, le raisonnement déductif, la trigonométrie (angles) et les objets géométriques.

Le côté « réaliste » des questions posées n'est d'ailleurs pas si évident, ainsi que le montre l'annexe ci-dessous. Van Dieren, de son côté, analyse d'autres items de ce même point de vue en allant jusqu'à montrer qu'il arrive que « le côté *concret* parasite le contenu mathématique » et conclut : « Il est difficile de poser des questions réalistes dans le cadre scolaire. Même si Pisa y arrive en de nombreux endroits, on constate parfois qu'il en vient à *habiller* une question en la situant dans un contexte qui est là comme un simple décor ». Quant à Delors (Ib.), il ironise sur ce que signifie « la vie selon PISA » ou « Les extraordinaires aventures du menuisier PISA ».

Les conclusions finales respectives de Van Dieren (2005) et de Matheron (2012) s'étayent l'une, l'autre : d'une part, « Vouloir évaluer un système d'enseignement sur base de ce seul instrument est-il respectueux du travail des enseignants ? » et, d'autre part, « […] on ne peut que souscrire au constat établi il y a plus de trente ans par Guy Brousseau : l'évaluation écrase les objectifs d'enseignement et d'apprentissage ». Des paroles d'un mathématicien finlandais, rapportées par Delors (Ib.), sont également édifiantes : « Vous avez de la chance, vous, vous n'êtes pas premier à PISA. Nos étudiants à l'Université ont un niveau particulièrement faible et qui continue à chuter mais ce constat est encore plus inaudible en Finlande depuis qu'on est premier à PISA ».

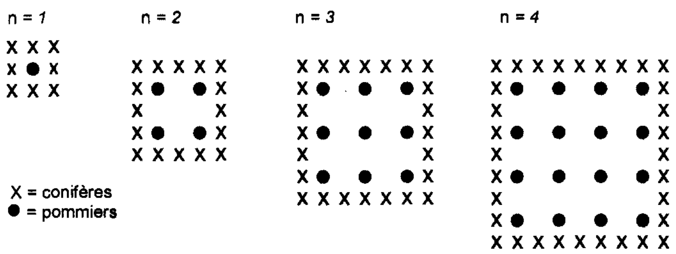
En rapport avec la question 2, Matheron (2012) décrit deux positions : « La première consiste […] à poursuivre un enseignement des mathématiques tel qu'on pense qu'il convient. La seconde, qui semble prise au Nouveau Brunswick (Canada), [mais aussi en Pologne selon des informations récentes], consiste à entraîner les élèves aux items PISA ou à des items que l'on considère proches ».

Mais le choix est-il si drastique qu'il faille ici évoquer une forme de bachotage ? On en revient ici aux différents points de vue sur la résolution de problèmes, à supposer d'ailleurs que PISA évalue bien cette « compétence ». L'annexe ci-dessous montre deux analyses d'un item de PISA dont l'une suppose le caractère inédit de la question et, l'autre, table plutôt sur l'existence d'un enseignement préalable sur les suites de nombres figurés, thème de la question posée. Le choix qui se profile derrière ces analyses est à mettre en lien avec le spectre de l'évaluation scientifique dont Gerard et Van Lindt (2003) soulignent la prégnance. Mais portant ici sur la résolution de problèmes. En gros, le dilemme est le suivant : si on enseigne trop, on perd l'occasion d'évaluer scientifiquement si les élèves sont capables de résoudre des problèmes, c'est-à-dire à gérer l'inédit par une forme ou l'autre de créativité. Comme le développe Schneider (2006a) sur base de multiples observations dont l'une se situe dans un contexte assez semblable, c'est là une source de tension qui peut inciter certains enseignants à cacher aux élèves des techniques dont ils se servent eux-mêmes pour résoudre les problèmes, ceci afin de conserver le caractère inédit de ceux-ci : « Mais, comment évaluer rigoureusement la progression des élèves en matière de résolution de problèmes, disent les enseignants, si ce n'est en leur soumettant de « vrais » problèmes à résoudre, c'est-à-dire des problèmes qu'ils n'ont pas encore rencontrés ? Toute entreprise susceptible d'aider les élèves dans cette tâche ne peut qu'interférer avec celle d'une évaluation scientifique de la démarche visée et c'est bien là le paradoxe pour les enseignants qui craignent de voir les problèmes se convertir en exercices *répétitifs* et leur résolution en *recettes*. Pour eux, la résolution de problèmes est ou n'est pas et tout enseignement pollue en quelque sorte la pureté de la démarche ». Rappelons que, en la matière, des balises ont été imposées depuis dans la note relative à l'écriture des UAA (Hogemboom et Maingain, 2013).

La position décrite supra a pu et peut toujours expliquer le repli des enseignants sur les acquisitions procédurales lors des évaluations. A force de constater les échecs répétés de leurs élèves en matière de résolution de problèmes, ils n'y croient plus et se contentent de limiter le nombre d'échecs par ce repli. Mais le choix est sans doute moins cornélien qu'il n'y paraît en raison de l'efficacité même des mathématiques dont les concepts et techniques associées « tuent » les problèmes en les catégorisant, ce qui nous renvoie là à notre position sur l'épistémologie même des mathématiques. Cette position ne nie pas l'articulation compétences transversales/compétences disciplinaires mais montre l'urgence d'un travail sur les classes de problèmes encore trop méconnu des acteurs de terrain.

Annexe aux sections 2.6 et 4.5 : analyses contrastées d'un item de PISA, « les pommiers »

L'énoncé commence par « *Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ces arbres contre le vent, il plante des conifères tout autour du verger. Vous pouvez voir ci-dessous un schéma présentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre (n) de rangées de pommiers.* »



Dans les grandes lignes, il est demandé aux élèves de compléter le tableau numérique ci-dessous, de déterminer la valeur de *n* pour laquelle le nombre de pommiers est égal au nombre de conifères, après leur avoir fourni les expressions n^2 et $8n$ qui permettent de calculer respectivement le nombre de pommiers et celui des conifères à chaque étape, enfin de leur demander lequel de ces deux nombres augmente le plus vite lorsque le fermier agrandit son verger.

Complétez le tableau:

n	Nombre de pommiers	Nombre de conifères
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Un membre du groupe fait, de cet item de PISA, une résolution astucieuse ainsi qu'une analyse fine des compétences transversales exercées tout en prenant légitimement une certaine latitude par rapport à l'item : les expressions n^2 et $8n$ ne seraient pas fournies mais trouvées par l'élève qui devrait, de plus, s'en justifier. En particulier, il évoque ce que cet énoncé lui inspire par rapport à son vécu, lequel vécu lui rappelle que, pour une clôture fermée, il y a autant d'intervalles que de piquets. Et c'est par là que, de manière ingénieuse, il établit et valide la formule du nombre de conifères à partir de celle, plus facile à trouver car plus intuitive, de celle des pommiers : « Je me mets à observer les quatre schémas de verger. Tout à coup, je me souviens que quand j'étais gosse, nous avions observé la clôture fermée d'une pâture… il y avait autant d'intervalles que de piquets. Or, ici, un piquet, c'est un conifère. Puisque les conifères de coins posent problème (il faut veiller à ne pas les compter deux fois !), je vais compter les intervalles : […] Je constate que le nombre d'intervalles sur un côté est le double du nombre n de pommiers sur une rangée, […], soit « n x 2 x 4 ».

Cette analyse pourrait constituer une analyse a priori du problème, au sens des didacticiens, de ce que pourrait faire un élève aux prises avec ce problème qui aurait, pour lui, un caractère inédit.

On peut faire une autre analyse de l'item en considérant que des suites de nombres figurés ont déjà été rencontrées par les élèves en classe et qu'un certain « enseignement » a permis de cadrer leurs premières recherches en débouchant sur la mise en évidence de quelques modèles fonctionnels de base. Les cas qui relèvent des suites arithmétiques ou géométriques sont les modèles les plus accessibles car la régularité itérative fournit la régularité fonctionnelle : ajouter un même nombre n fois revient à le multiplier par n et multiplier un nombre par lui-même n fois revient à l'élever à la puissance n. Mais d'autres modèles, tels que le modèle quadratique, sont également accessibles très tôt.

Faire travailler assez tôt de tels objets par des élèves a un premier objectif : leur faire prendre conscience que les expressions algébriques « dénotent », c'est-à-dire qu'elles fournissent une valeur numérique lorsqu'on remplace les lettres contenues dans l'expression par des nombres donnés et que cette valeur fournie ne se modifie pas lorsqu'on transforme ces expressions selon des règles conformes. Pour un initié, la « dénotation » est un phénomène banal mais ne pas en prendre conscience est un obstacle majeur, non seulement en algèbre mais aussi, tard dans le cursus solaire, en analyse et en géométrie analytique. On observe alors en effet que, pour certains élèves, les expressions algébriques sont des « étiquettes » mises sur des objets graphiques ou géométriques et non des contraintes portant sur les coordonnées de certains points du plan qui forment une droite ou une courbe.

Cette idée de dénotation fournit de plus une technique permettant de trouver assez facilement une formule. Prenons, par exemple, le nombre de conifères sur un côté (à supposer qu'il soit impératif de passer par là) : 3 quand $n = 1$, 5 quand $n = 2$, 7 quand $n = 3$ et 9 quand $n = 4$. Cette technique consiste à considérer, non pas ce nombre en lui-même, mais le « programme de calcul » <u>non effectué</u> qui permet de l'obtenir à partir de la valeur de n. Ce qui marque là un changement de contrat par rapport à l'enseignement déjà reçu par les élèves que l'on a encouragés à effectuer un calcul jusqu'au bout. Il y a plusieurs regards possibles : de 3 conifères à l'étape 1, on passe à 3 + 2 à l'étape 2, à 3 + 2.2 à l'étape 3, à 3 + 2.3 à l'étape 4 et on a donc $3 + 2\ (n - 1)$ à l'étape n. Ou encore, on multiple le numéro de l'étape par 2 et on ajoute 1, ce qui conduit au programme de calcul équivalent, soir $2n + 1$. Trouver une expression algébrique revient donc à chercher un programme de calcul invariant d'une étape à l'autre.

A partir de là, on peut trouver et valider l'expression $8n$ donnant le nombre de conifères à une étape quelconque, en supposant que l'on continuera à ajouter 2 conifères sur chaque côté du pourtour : soit $4\ (2n + 1) - 4 = 8n$ car il y a 4 côtés mais que les conifères des coins sont comptés deux fois.

Mais la dénotation fournit un accès bien plus rapide à l'expression $8n$ du nombre de conifères : il suffit de regarder par quel programme de calcul unique, on passe de 1 à 8, de 2 à 16, de 3 à 24, … « fastoche » devrait dire un élève bien formé. Evidemment, si l'on cherche à rendre cette formule intelligible et à la valider à partir d'une récurrence supposée dans les dessins successifs, c'est plus difficile comme nous venons de le voir mais l'élève qui chercherait à le faire perd son temps dans une épreuve PISA où la validation est assez peu présente. Ajoutons que c'est évidemment la conscience que les expressions algébriques dénotent qui permettra aux élèves de répondre à la question sur l'étape à laquelle le nombre de pommes égale celui des conifères.

Le parti-pris de cette analyse est évidemment qu'un enseignement préalable permet de « tuer » certaines classes de problèmes, ce qui n'empêche pas que les élèves, en classe et collectivement, aient participé à la construction des savoirs nécessaires à cette « mise à mort » dont ils bénéficient ensuite par une expertise plus grande, juste retour sur leur investissement initial.

Evidemment, le caractère inédit du problème disparaît et l'on voit peut-être moins à l'œuvre les compétences transversales dont on ne sait aucunement si les élèves les transféreront à d'autres situations que ce soit en mathématiques ou ailleurs. Car les didacticiens considèrent bien que ce transfert relève de « l'intention » de l'élève, comme l'a si bien traduit B. Rey (1996). L'école n'enseigne donc pas les compétences transversales aux élèves, même si celles-ci sont exercées, mais, par contre, peut leur apprendre des mathématiques.

Ce que montre aussi cette analyse, c'est que réussir PISA suppose qu'on en décode bien les rouages : point n'est besoin, souvent, de prouver et le faire prend du temps et rend donc moins performant. Une autre chose à comprendre aussi : c'est qu'il vaut mieux ne pas trop s'attarder au contexte qui peut être un artifice, comme c'est le cas ici ainsi qu'analysé plus haut. Et, de nouveau, l'élève peut l'avoir appris lors d'un enseignement sur les suites de nombres figurés dont le professeur aurait explicité ce caractère artificiel tout en montrant, par ailleurs, que les fonctions linéaire et quadratique ont bien d'autres applications plus authentiques celles-là.

Bibliographie

Arsac, G. et al. (1992), *Initiation au raisonnement déductif au collège*, Irem de Lyon : Presses universitaires de Lyon.

Arsac, G., Mante, M. (2007), *Les pratiques du problème ouvert*, Scerén, Irem de Lyon : CRDP.

Astofli, J.-P. (2008), *La saveur des savoirs*, Disciplines et plaisir d'apprendre, ESF.
Bandura, A. (2007, 2ème édition, traduction J. Lecomte) *Auto-efficacité : Le sentiment d'efficacité personnelle* (« *self-efficacy* », 1ère édition 2003), Paris : De Boeck.

Bautier, E., Goigoux, R. (2004). « Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle ». *Revue Française de Pédagogie,* 148, 89-99.

Bednarz, N. (2013), *Recherche collaborative et pratique enseignante*, Paris : L'Harmattan.

Bkouche, R., Charlot, B., Rouche, N. (1991), *Faire des mathématiques : le plaisir du sens,* Paris : Armand Colin.

Blouin, P. (2002). L'enseignement des nombres rationnels à des élèves en difficulté d'apprentissage : une approche didactique de la rééducation et ses effets. *Petit x*, 58, 7-23.

Bourbaki, N. (1939), *Eléments de mathématiques, Théorie des ensembles*, London, Heidelberg : Springer.

Brousseau, G. (1973). *La problématique et l'enseignement des mathématiques*. Actes de la 28ème rencontre de la CIEAEM, Louvain-la-Neuve.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (1998), *La théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, N., Brousseau, G. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, Bordeaux : LADIST.

Carette, V. (2006). *Recherche des caractéristiques de la pratique de l'enseignant pouvant favoriser la construction des compétences des élèves à l'école primaire*. Thèse de doctorat non publiée, Université Libre de Bruxelles.

Charlot, B., Bautier, E., Rochex, J.Y. (1992), *Ecole et savoir dans les banlieues ... et ailleurs*, Paris : Armand Colin.

Charnay, R. (1992-1993). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N*, 51.
http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/51/51n7.pdf

Chevallard, Y. (1988), *Notes sur la question de l'échec scolaire*, Aix-Marseille : publication de l'IREM n° 13.

Chevallard, Y. (1991), *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné,* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 72-112.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-265.

Chevallard, Y. (2000). *Enseignement insensé, enseignement raisonné et créativité sociale*. Communication dans le cadre du colloque « Mathématiques sans frontières 2000 », IUFM d'Aix-Marseille.

Choquet, G. (1964), *L'enseignement de la géométrie*, Paris : Hermann.

Cobb, P., Zhao, Q., Visnovska, J. (2008). Learning from and Adapting the Theory of Realistic Mathematics education. *Education et Didactique,* 2(1), 105-124. Rennes : Presses Universitaires.

Crahay, M. (2006). Dangers, incertitudes et incomplétude de la logique de la compétence en éducation. *Revue Française de Pédagogie*, 154.

Danblon, P. (1989). *Perspectives sur l'Enseignement des mathématiques dans la Communauté Française de Belgique*. Rapport de la Commission scientifique d'étude de l'enseignement des mathématiques et des sciences. Ministère de l'Education, de la Recherche et de la Formation, Bruxelles.

Dehaene, S. (1996), *La Bosse des mathématiques : quinze ans après*. Odile Jacob.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.

Douaire, J., Hubert, Chr. (1999), Équipe de didactique des mathématiques ERMEL, *Vrai ? Faux ?... On en débat !, De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle* 3, INRP.

Fourez, G. (1988), *La construction des sciences : introduction à la philosophie et à l'éthique des Sciences*, Bruxelles : De Boeck Wesmael.

Freudenthal, H. (1973), *Mathematics as an educational task*. Dordrecht : D. Reidel.

Galand, B., Vanlede, M. (2004). Le sentiment d'efficacité personnelle dans l'apprentissage et la formation : Quel rôle joue-t-il ? Comment intervenir ? *SAVOIRS – Revue Internationale de Recherches en Education et Formation des Adultes, Hors-Série*, 91-116.

Gerard, F.-M., Van Lint-Muguerza, S. (2003). Quel équilibre entre une appréciation globale de la compétence et le recours aux critères ? In C. Bosman, F.-M. Gerard & X. Roegiers (Eds.) *Quel avenir pour les compétences* (pp. 135-140). Bruxelles : De Boeck.

Henrotay, P., Schneider, M., Job, P. (2012). Vers une articulation des compétences et des savoirs, Les disciplines... Le retour. *Puzzle*, 31.

Joshua, S. (1999), *L'école entre crise et refondation*, Paris : La Dispute.

Joshua, S. (2002), La popularité pédagogique de la notion de compétences peut-elle se comprendre comme une réponse inadaptée à une difficulté didactique majeure ? In J. Dolz & E. Ollagnier (Eds.) *L'énigme de la compétence en éducation* (pp. 115-128). Bruxelles : De Boeck Université.

Laurent, J.-P. (2002), La pédagogie contemporaine dans le cadre de l'éducation jésuite. In E. Ganty, M. Hermans & P. Sauvage (Eds.) *Tradition jésuite, Enseignement, spiritualité,* *mission*. Namur : Editions Lessius et Presses universitaires.

Gilbert, T., Jadin, B., Rouche, N. (2006). Qu'est-ce qu'un bon manuel de mathématiques ? *Mathématiques et pédagogie*, 158.

Lakatos, I. (1984), *Preuves et réfutations, Essai sur la logique de la découverte mathématique* (traduit par N. Balacheff & J.-M. Laborde), Paris : Hermann.

Mach, E. (1925), *La mécanique*, Paris : Hermann.

Maingain, A., Dufour, B. sous la direction de G. Fourez (2002), *Approches didactiques de l'interdisciplinarité,* Bruxelles : De Boeck Université.

Maingain, A., Hogenboom, J.P. (2013), *Note pour l'écriture des UAA, FWB.*

Matheron, Y. (2012). *PISA : Prudence (envers les) Interprétations Statistiques Avancées.* IFE, EAM-ADEF, conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques du 13 mars 2012
http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/conference-nationale-textes-4

Matheron, Y., Noirfalise, R. (2002). L'Aide Individualisée : entre système didactique auxiliaire inutile et déficit d'analyse didactique entravant son efficacité et son développement. *Petit x*, 60.

Meirieu, P. (1991), *Le choix d'éduquer*, Paris : ESF.

OCDE (2015), *Connectés pour apprendre : Les élèves et les nouvelles technologies*, Paris : Editions OCDE.

Pallascio, R. (2005). Les situations-problèmes : un concept central du nouveau programme de mathématiques. *Vie pédagogique*, 136, 32-35.

Perrenoud, P. (1997). Vers des pratiques pédagogiques favorisant le transfert des acquis scolaires hors de l'école. *Pédagogie collégiale*, 10(3), 5-16.

Polya, G. (1967), *La découverte des mathématiques*, Paris : Dunod.

Rey, B. (1996), *Les compétences transversales en question*, Paris : ESF.

Rey, B., Coché, F., Kahn, S., Puissant, M., Robin, F. (2006). *Pratiques pédagogiques à l'école primaire et réussite scolaire des élèves venant de milieux défavorisés.* Rapport terminal de recherche. Ministère de la Communauté Française.
Romainville, M. (2009). Compétences et savoirs, deux faces d'une même pièce. *Les cahiers pédagogiques*, 476, 11-13.

Romainville, M. (2012). Les enjeux des pratiques didactiques au regard de la transition entre le secondaire et l'université. In J.-L. Dufays & M.-L. De Keersmaecker (Eds.). *Quelles pratiques didactiques pour favoriser la transition secondaire-université ?* Louvain : Presses universitaires, 17-28.

Rouche, N. (1991). L'avenir d'une réforme. In R. Bkouche, B. Charlot & N. Rouche. *Faire des mathématiques : le plaisir du sens*. Paris : A. Colin.

Rouche, N. (1998), *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?*, Paris : Ellipses.

Sackur, C., Drouhard, J.-P., Maurel, M., Pécal, M. (1997). Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre et qu'en faire ? *Repères IREM, 28.*

Schneider, M. (2002b). A propos de l'évaluation des compétences en mathématiques : le cas de la résolution de problèmes. In Grifed (Ed.) *L'évaluation des compétences chez l'apprenant* (pp. 37-45). Louvain-la-Neuve : Presses universitaires.

Schneider, M. (2006a). Quand le courant pédagogique « des compétences » empêche une structuration des enseignements autour de l'étude et de la classification de questions parentes. *Revue Française de Pédagogie*, 154, 85-96.

Schneider, M. (2006b). Comment des théories didactiques permettent-ils de penser le transfert en mathématiques ou dans d'autres disciplines ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(1), 9-38.

Taylor, R. P. (1980). Introduction. In R. P. Taylor (Ed.), *The computer in school: Tutor, tool, tutee* (pp. 1-10). New York : Teachers College Press.

Van Dieren, F. (2005). *« Enseigner par compétences » ou « former à travers une discipline » où sont les contradictions ?* Conférence donnée au colloque franco-finlandais sur « L'enseignement des mathématiques à partir de l'enquête PISA » à Paris, les 6-8 octobre 2005.

III. Troisième partie : RESSOURCES

Cette section est composée d'une liste de ressources en lien avec l'une ou l'autre des propositions formulées dans la première partie de ce rapport. Ces ressources sont ordonnées par les propositions auxquelles elles renvoient. Elles sont introduites par un ou des membres du GT « Math » qui les présentent brièvement d'une manière qui n'engage qu'eux-mêmes.

En lien avec la proposition 1

Diverses ressources pour redynamiser l'enseignement des mathématiques. Cette liste est incomplète et se devrait d'évoluer sur le site « référent » mentionné dans la proposition :

a) Le site www.jeuxmath.be
Ce site, maintenu par Joëlle Lamon, est très riche et actif. Son contenu évolue régulièrement.
b) Le site enseignons.be concerne des aspects de l'enseignement des mathématiques.
c) Le site http://images.math.cnrs.fr/-Articles-mathematiques-.html#menu
Maintenu par le CNRS français est très riche, nourri constamment de nouveaux textes. Ils ont un comité d'édition sérieux. Les textes sur l'actualité des math sont classés par difficulté, suivant le modèle des pistes de ski : verte, bleue, rouge, noire, hors-piste.
d) https://imaginary.org/fr
C'est un site allemand, lié à un musée et une exposition de mathématiques. De nombreux textes sont en anglais, pas (encore) traduits en français.
e) De nombreux articles ou des collections d'articles se trouvent de façon éparse sur le web. Il faudrait les rechercher et les mentionner dans le site proposé avec des indications sur le sujet et le public cible. Citons trois exemples (il y en a de nombreux autres)
https://www.ulb.ac.be/facs/sciences/math/math/Lemairemaths.pdf
Il s'agit d'un numéro de la revue des jeunesses scientifique "Ebullisciences" (revue disparue depuis). On y trouve de brèves introductions à des sujets de mathématiques pures et pourtant utiles.
http://orbi.ulg.ac.be/handle/2268/15919#ft
https://www.ulb.ac.be/facs/sciences/math/math/rechmath.pdf.

En lien avec la proposition 1

Un site de partage et de diffusion d'activités pédagogiques de l'enseignement fondamental catholique. Ces activités sont validées par le Segec sur base de critères de qualité et sont conformes aux nouveaux programmes de l'enseignement catholique. Les outils de l'ancienne version de la Salle des profs sont disponibles dans la partie Archives du site.
Lien : www.salle-des-profs.be.

En lien avec la proposition 4

Voici trois ouvrages qui donnent des idées pour construire des mathématiques qui éclairent d'autres contextes. Le premier présente une multitude de problèmes du quotidien ou issus de contextes originaux.

- Hugo Steinhaus, *Mathématiques en instantanés*, Flammarion, 1964.

- Béatrice Colon, Ginette Cuisinier, Ingrid Dejaiffe, Dany Legrand, *Une approche mathématique de la cartographie*, GEM éd., 2001.
- Thérèse Gilbert, *La perspective en questions*, Proposition 12, GEM - CIACO, 1987.

En lien avec la propositions 5

Voici quelques ouvrages où les enseignants de mathématiques pourront trouver une analyse épistémologique et/ou didactique de certains contenus ainsi que des activités pour plusieurs niveaux d'enseignement.

- COJEREM, *Des situations pour enseigner la géométrie* (guide méthodologique) et *Géométrie en situations* (notions pour l'élève), De Boeck-Wesmael, Bruxelles, 1995.
- N. Rouche, *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?,* Ellipses, Paris, 1998.

En lien avec la propositions 5

Une collection de livres

- qui restaurent une certaine « historicité » aux mathématiques enseignées en expliquant leurs raisons d'être y compris par rapport à d'autres disciplines ;
- qui proposent des parcours d'étude et de recherche pour créer un fil conducteur des apprentissages scolaires souvent cloisonnés.

Liste des livres accessible sur le site : https://www.ladimath.ulg.ac.be
Livres disponibles aux Presses Universitaires de Liège : http://www.presses.ulg.ac.be

En lien avec la proposition 6

Des ressources qui proposent des jeux et des défis mathématiques :
- Le site www.jeuxmath.be (Joëlle Lamon).
- Le site www.conifere.be (Guy Noël).
- « Enseignons en jouant » édité par la SBPMef.
- Le site de l'OMB.

En lien avec la proposition 6

Les ouvrages suivants se penchent sur la résolution de problèmes : comment réfléchit-on face à un problème, quels mécanismes de la pensée nous permettent-ils d'arriver à une solution, quels exemples de problèmes pour quels âges ?

- G. Polya, *La découverte des mathématiques*, Dunod, Paris, 1967.
- G. Arsac, M. Mante, *Les pratiques du problème ouvert*, Scerén, CRDP, Irem de Lyon, 2007.
- G. Arsac *et al., Initiation au raisonnement déductif au collège,* Presses universitaires de Lyon, Irem de Lyon, 1992.
- R. Charnay, *Problème ouvert, problème pour chercher,* Gran N, n°51, 1992-1993. http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/51/51n7.pdf
- Jacques Douaire, Christiane Hubert, Équipe de didactique des mathématiques

ERMEL, *Vrai ? Faux ?... On en débat !, De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle* 3, INRP, 1999.

En lien avec la proposition 8

Un article de référence sur des critères de qualité de manuels scolaires et d'outils pédagogiques :

T. Gilbert, B. Jadin et N. Rouche [2006], Qu'est-ce qu'un bon manuel de mathématiques ?, *in Mathématiques et pédagogie*, n° 158.

En lien avec la proposition 17

Les deux articles et le site suivants, du Groupe d'Enseignement Mathématique (GEM), proposent une réflexion et des activités sur des concepts qui traversent l'enseignement des mathématiques dans le domaine des nombres et des opérations ou de la géométrie.

- Coquette M., Couniot P., de Terwangne M., Warnier A., De Laet L., Docq C., Malo A., Jadin B., Gilbert Th., Rouche N. [1999], De la fraction-tarte au nombre, *in Proceedings de la 3ème université d'été européenne Histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique*, pages 261-318 Louvain-La-Neuve.
- G. Cuisinier, C. Docq, Th. Gilbert, C. Hauchart, N. Rouche et R. Tossut [2006], Les représentations planes comme un fil conducteur pour l'enseignement de la géométrie, *in Actes du Colloque international du CREM (Mons juillet 2005) Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* Supplément vol. 11, p. 51-71, IREM de Strasbourg et *in Mathématiques et pédagogie*, n° 164.
- Groupe d'Enseignement Mathématique, Une géométrie articulée de 10 à 15 ans,

Site http://www.gem-math.be/spip.php?article18

En lien avec la proposition 17

Le CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) « s'est donné pour objectif de développer une pensée argumentée et cohérente de l'apprentissage des mathématiques tout au long de la scolarité ». Voici quelques-unes de ses publications les plus importantes :

- CREM, *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans*, Nivelles, 1995.
- CREM, *Pour une culture mathématique accessible à tous*, Nivelles, 2004.
- CREM, *Des grandeurs aux espaces vectoriels*, Nivelles, 2002.
- CREM, *Vers une géométrie naturelle*, Nivelles, 2002.
- CREM, *Construire et représenter*, Nivelles, 2001.
- CREM, *Formes et mouvements*, Nivelles, 2001.

En lien avec la proposition 17 (et 25):

Le Groupe Enseignement Mathématique (GEM) rassemble des enseignants de mathématique de tous les niveaux d'enseignement : Ils se réunissent une après-midi toutes les deux ou trois semaines, pour préparer des séquences de cours, rédiger des manuels ou des documents de formation continue, discuter de leurs enseignements. *Ils forment des sous-groupes*, selon les sujets qui les intéressent. La plupart des sujets choisis sont étudiés pendant au moins une année. Parmi les membres du GEM, qui sont tous bénévoles, chacun collabore à un projet et, en ce faisant, chacun donne et reçoit. Voir le site www.gem-math.be

On pourrait citer le groupe MathHE (qui regroupe des professeurs d'école normale secondaire) et le groupe Mathophilus (qui regroupe des professeurs d'école normale primaire).